Musterlösung (06.06-2016)

1. Geometrische Optik $2 + 1 + 7 + 3 = 13$ Punkte

1.1 a) Befindet sich ein Gegenstand in sehr großer Entfernung, so ist die Bildweite fast gleich der Brennweite der Sammellinse.

Linsengleichung: $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$

Für $g \to \infty$, gilt: $\frac{1}{g} \to 0$; also: $\frac{1}{f} = \frac{1}{b}$, oder: $b = f$.

b) Wird der Gegenstand aus großer Entfernung näher an die Linse herangerückt, so vergrößert sich die Bildweite b.

1.2 a) $G_1 = 2$ cm

$g_1 = ?$

$f = 6$ cm

$B_1 = ½\, G_1$

$b_1 = ?$

Um von einem reellen Bild zu einem virtuellen zu wechseln, muss der Gegenstand näher an die Linse herangerückt werden. Nach der Verschiebung der Linse gilt:

$G_2 = G_1$

$g_2 = g_1 - s$

$B_2 = -2G_2$

$b_2 = ?$

<u>Abbildungsmaßstab</u>:

1. Fall $\frac{B_1}{G_1} = \frac{1/2 \cdot G_1}{G_1} = \frac{1}{2} = \frac{b_1}{g_1}$, also: $b_1 = \frac{1}{2} g_1$

2. Fall $\frac{B_2}{G_2} = \frac{-2G_1}{G_1} = -2 = \frac{b_2}{g_2}$, also: $b_2 = -2g_2$

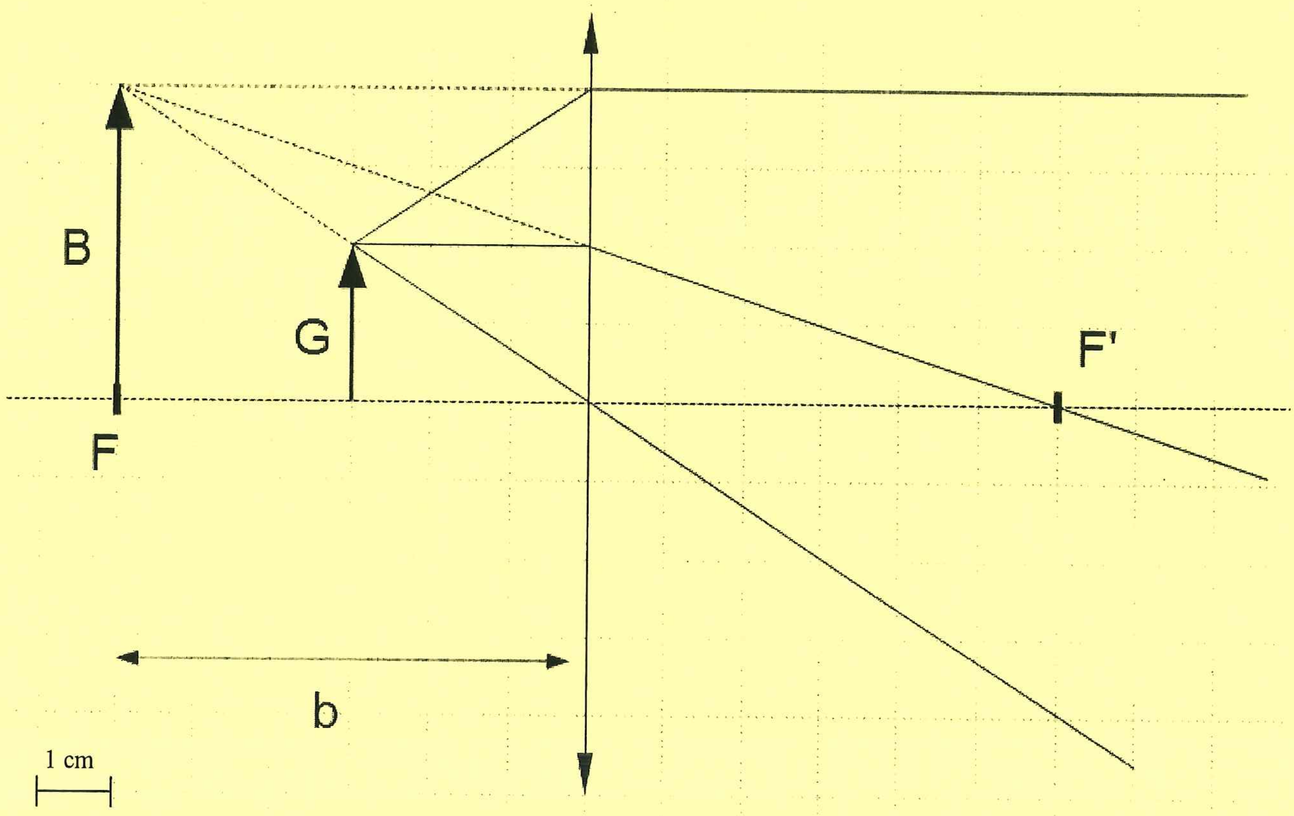
<u>Abbildungsgleichung</u>:

1. Fall: $\frac{1}{f} = \frac{1}{b_1} + \frac{1}{g_1} = \frac{2}{g_1} + \frac{1}{g_1}$ $\quad \frac{1}{f} = \frac{3}{g_1}$ $\quad g_1 = 3f = 18$ cm

2. Fall: $\frac{1}{f} = \frac{1}{b_2} + \frac{1}{g_2} = \frac{1}{-2g_2} + \frac{1}{g_2}$ $\quad \frac{1}{f} = \frac{1}{2g_2}$ $\quad g_2 = 1/2 f = 3$ cm

Der Gegenstand muss um die Strecke $s = 18\text{ cm} - 3\text{ cm} = 15$ cm näher an die Linse herangerückt werden.

b) Zeichnerische Überprüfung des zweiten Falls (virtuelles Bild):

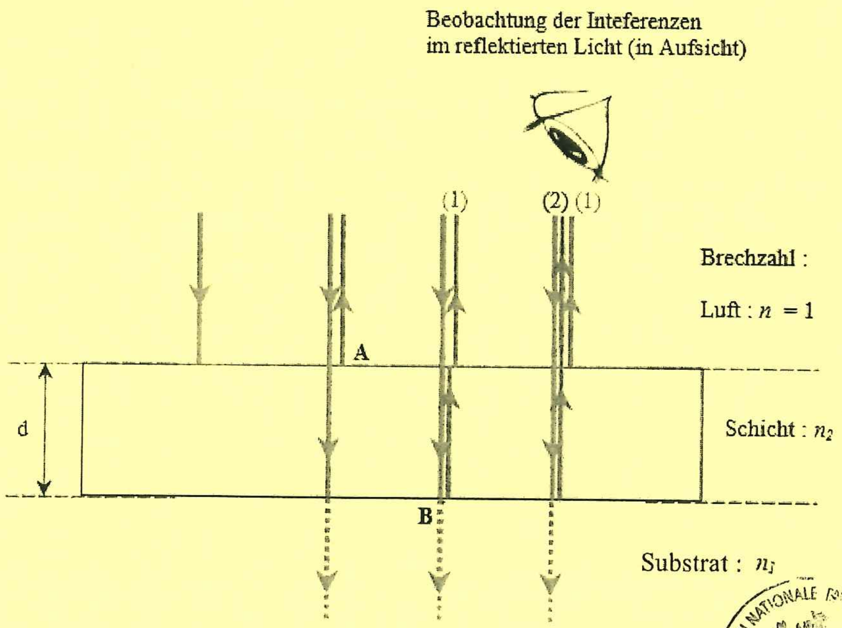


$b = -6$ cm

$B = -4$ cm

2. Wellenoptik 6 + 1 + 2 = 9 Punkte

2.1



Die Lichtstrahlen (1) und (2) können interferieren, da sie einen Phasenunterschied aufweisen. Der Lichtstrahl (1) entsteht durch Reflexion des einfallenden Lichtes an der Oberseite der Schicht im Punkt A, der Lichtstrahl (2) durch Reflexion des einfallenden Lichtes an der Unterseite der Schicht im Punkt B.

Der geometrische Wegunterschied zwischen beiden Strahlen bei senkrechtem Lichteinfall beträgt:

$$\Delta s_{geom} = 2d$$

Der optische Wegunterschied zwischen den beiden Stahlen beträgt dann:

$$\Delta s_{opt} = 2\, n_2\, d$$

Im Punkt A: Reflexion an einem optisch dichteren Medium (da $n_2 > n$) also zusätzlicher Gangunterschied von $\lambda/2$.

Im Punkt B: Reflexion an einem optisch dichteren Medium (da $n_1 > n_2$) also zusätzlicher Gangunterschied von $\lambda/2$.

Der gesamte Gangunterschied bei Beobachtung im reflektierten Licht beträgt (da $n_1 > n_2$):

$$\Delta s_g = (2n_2 d + \lambda/2) - (\lambda/2) = 2n_2 d$$

Konstruktive Interferenz im reflektierten Licht:

$$\Delta s_g = k\lambda \qquad k \in \mathbb{N}$$

Aus beiden Gleichungen folgt (mit $d_k > 0$):

$$2n_2 d_k = k\lambda \qquad k \in \mathbb{N}^*$$

$$d_k = \frac{k\lambda}{2n_2}$$

2.2 a) Gesamter Wegunterschied (siehe 2.1): $\Delta s_g = 2\, n_2\, d$

Bedingung konstruktiver Interferenz: $\Delta s_g = k\lambda \qquad k \in \mathbb{N}$

Also:

$$2n_2 d_k = k\lambda$$

$$d_k = \frac{k\lambda}{2n_2}$$

Minimale Dicke für $k = 1$: $d_1 = \frac{1 \cdot 632}{2 \cdot 1{,}45}\ \text{nm} = 218\ \text{nm}$

b) Bedingung für destruktive Interferenz: $\Delta s_g = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ $\qquad k \in \mathbb{N}$

Also: $$2n_2 d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{4n_2 d_1}{2k+1} = \frac{1264}{2k+1}\ \text{nm}$$

Unterdrückte Wellenlängen:

für: k = 0 $\quad \lambda = 1264$ nm : IR

k = 1 $\quad \lambda = 421$ nm : **sichtbarer Bereich**

k = 2 $\quad \lambda = 253$ nm : UV

3. Relativität $\qquad$ 1 + 4 + 3 = 8 Punkte

Impuls: $p = 2\frac{\text{GeV}}{c} = \frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-10}}{3\cdot 10^8}\text{kg}\cdot\text{m/s} = 1{,}067\cdot 10^{-18}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$

Geschwindigkeit: Aus $p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ erhält man nach Umformen:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{m_0 c}{p}\right)^2}}$$

Nach Einsetzen der numerischen Werte ergibt sich: $v/c = 0{,}905$

Kinetische Energie: $E_{kin} = (m - m_0)c^2 = m_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)c^2$

Nach Einsetzen der numerischen Werte erhält man: $E_{kin} = 2{,}032\cdot 10^{-10}$ J = 1270 MeV

4. Fotoeffekt $\qquad$ 2 + 2 + 2 = 6 Punkte

a) Bei höherer Intensität aber gleicher Frequenz des Lichtes treffen pro Sekunde mehr Photonen auf die Kathode. Es werden mehr Elektronen herausgelöst und Richtung Anode geschickt. Der Fotostrom wird stärker.

b) Erhöht man die Frequenz des einfallenden Lichtes bei gleicher Lichtintensität, somit erhöht dies die kinetische Energie der herausgelösten Elektronen, nicht aber ihre Anzahl. Der Fotostrom bleibt demzufolge unverändert.

c) Wird die Frequenz des Lichtes kontinuierlich herabgesetzt, dann erhalten die herausgelösten Elektronen weniger kinetische Energie. Fällt die Frequenz unter die Grenzfrequenz, dann kommt der Fotoeffekt zum Erliegen. Der Fotostrom Richtung Anode ist dann gleich null.

5. Wasserstoff-Atom $\quad 7 + 1 + 4 = 12$ Punkte

5.1 Ionisationsenergie im Wasserstoffatom

Wir berechnen die Arbeit der Kraft F, um das Elektron gegen die abstandsabhängige Coulombkraft F_{el} vom Atomkern unendlich weit zu entfernen.

$$W = \int_r^{\infty} F \cdot dr$$

$$= \int_r^{\infty} \left(-F_{el}\right) \cdot dr$$

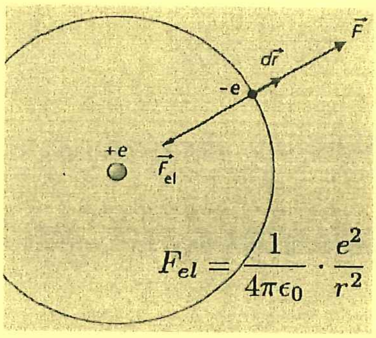
$$= \int_r^{\infty} \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}\, dr$$

$$= \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left[-\frac{1}{r}\right]_r^{\infty}$$

$$= \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{r}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r} \quad > 0$$



Die Kraft F, die das Elektron vom Atomkern entfernt, ist der Coulombkraft F_{el} entgegengesetzt.

Die Arbeit, die verrichtet werden muss, ist positiv; die potentielle Energie des Elektrons nimmt bei der Ionisierung zu:

$$E_{\text{pot},\infty} > E_{\text{pot}}(r)$$

Es gilt:

$$E_{\text{pot},\infty} = E_{\text{pot}}(r) + W$$

Gegenüber dem ionisierten Zustand, dem die Energie $E_{pot,\infty} = 0$ zugeordnet ist, hat das vom Wasserstoffkern gebundene Elektron im Abstand r die **potentielle Energie**:

$$E_{pot}(r) = E_{pot,\infty} - W$$

$$= 0 - W$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$$

5.2 a) Beim Sprung vom Energiezustand $n = 5$ auf den Zustand $n = 3$, geht das Elektron in einen niedrigeren Energiezustand über, es verliert an Energie. Die vom Elektron verlorene Energie wird als Photon ausgesendet.

b) Energie des betreffenden Photons: $E_{ph} = |E_f - E_i|$

$$= \frac{13{,}6}{9}\text{ eV} - \frac{13{,}6}{25}\text{ eV} = 0{,}967\text{ eV}$$

Wellenlänge: $\lambda = \frac{hc}{E_{ph}} = 1283\text{ nm}$

6. Praktikum: Bestimmung der Halbwertszeit — 1 + 5 + 5 + 1 Punkte

a) Nullrate am Messort: $z_0 = \frac{160}{10\text{ min}} = 16\text{ min}^{-1} = 0{,}27\text{ s}^{-1}$

b)

t (min)	Z	ΔZ	t^* (min)	z (min^{-1})	z_Q (min^{-1})	$ln\ z_Q$
0	0	-	-	-	-	-
2	3687	3687	1	1844	1827,5	7,51
4	5570	1883	3	942	925,5	6,83
6	6539	969	5	485	468,5	6,15
8	7045	506	7	253	237,0	5,47
10	7316	271	9	136	119,5	4,78
12	7469	153	11	77	60,5	4,10

oder

t (s)	Z	ΔZ	t^* (s)	z (s^{-1})	z_Q (s^{-1})	$ln\ z_Q$
0	0	-	-	-	-	-
120	3687	3687	60	30,7	30,5	3,42
240	5570	1883	180	15,7	15,4	2,74
360	6539	969	300	8,1	7,8	2,06
480	7045	506	420	4,2	4,0	1,37
600	7316	271	540	2,3	2,0	0,69
720	7469	153	660	1,3	1,0	0,01

ΔZ vom Zählgerät in der Zeit Δt registrierte Impulszahl

t^* Mitte des jeweils betrachteten Zeitintervalls

z Zählrate, vom Zählgerät registrierte Impulszahl

z_Q von der radioaktiven Quelle verursachte Impulszahl

$$z = \frac{\Delta Z}{\Delta t}$$

$$z_Q = z - z_0$$

c) Das Zerfallsgesetz lässt sich wie folgt umstellen (mit $z_A = z_Q(0)$):

$$z_Q = z_A \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

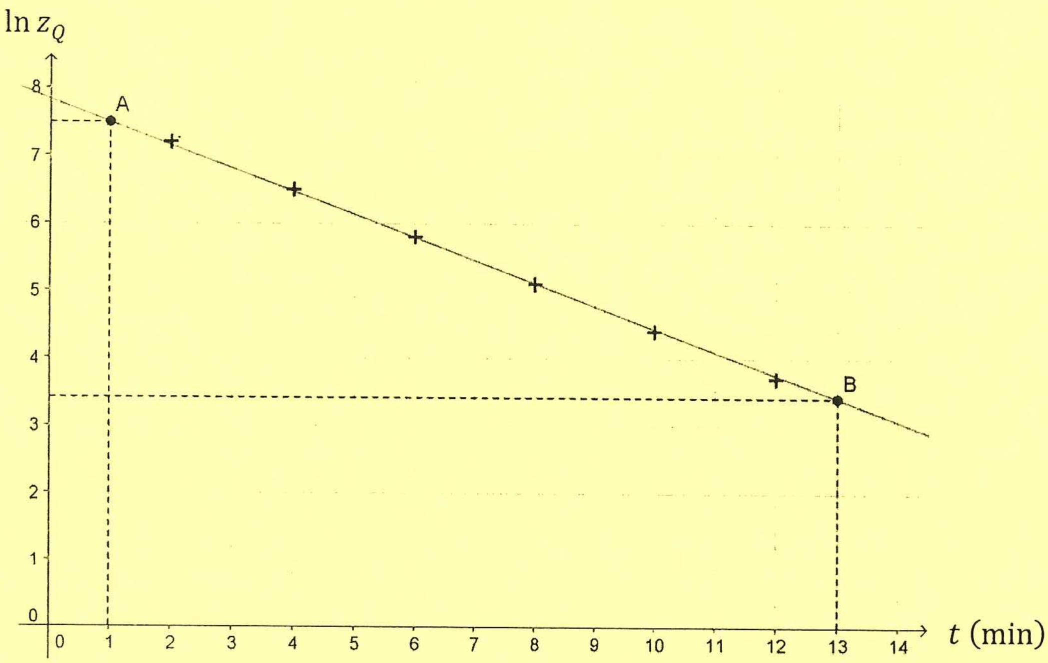
$$\ln z_Q = \ln(z_A \cdot e^{-\lambda \cdot t})$$

$$\ln z_Q = \ln z_A + \ln e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\ln z_Q = -\lambda \cdot t + \ln z_A$$

$$\ln z_Q = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t + \ln z_A$$

In der graphischen Darstellung $\ln(z_Q) = f(t)$ ist dies die Gleichung einer Geraden der Steigung $a = -\lambda = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}}$. Somit kann man aus der Steigung die Halbwertszeit bestimmen.



$$a = \frac{(\ln z_Q)_B - (\ln z_Q)_A}{t_B - t_A}$$

$$= \frac{3{,}4 - 7{,}5}{13 - 1}\ \mathrm{min}^{-1} = -0{,}34\ \mathrm{min}^{-1} = -0{,}0057\ \mathrm{s}^{-1}$$

Also $T_{1/2} = -\frac{\ln 2}{a} = 2{,}04\ \mathrm{min} = 122{,}4\ \mathrm{s}$

d) <u>Relativer Fehler:</u> $\frac{\Delta T_{1/2}}{T_{1/2,th}} = \frac{|122{,}2\ \mathrm{s} - 121{,}4\ \mathrm{s}|}{122{,}2\ \mathrm{s}} = 0{,}16\ \%$