

Musterlösung

1. Praktikum : optische Linsen

[3 + 3 + 3 + 1 + 1 = 11 Punkte]

1.1 Wir Vervollständigen die Tabelle

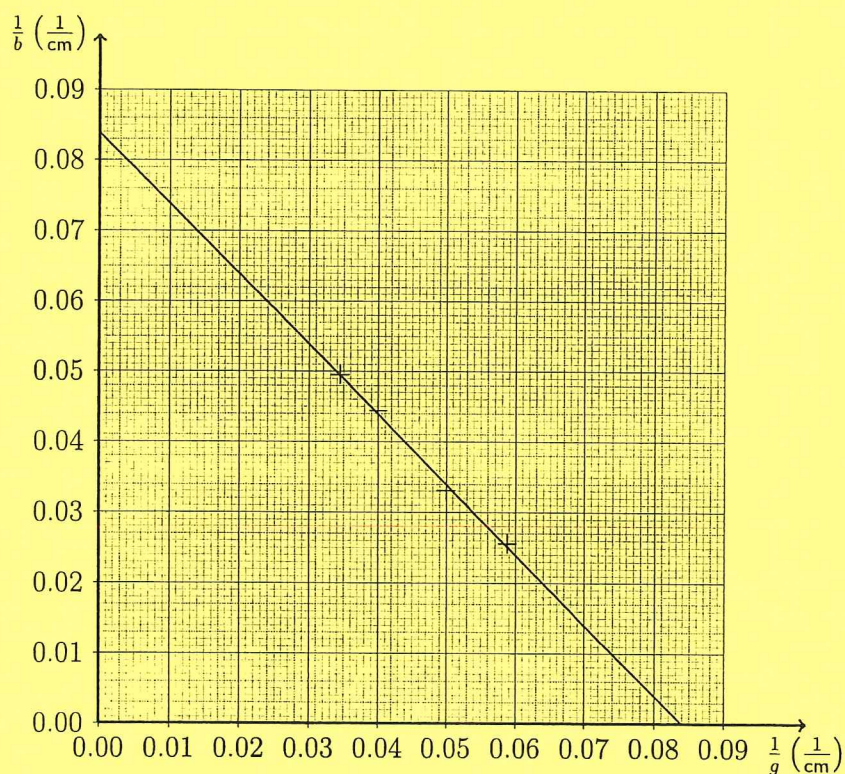
g (cm)	b (cm)	B (cm)	$\frac{B}{G}$	$\frac{b}{g}$	$\frac{1}{g} \left(\frac{1}{\text{cm}} \right)$	$\frac{1}{b} \left(\frac{1}{\text{cm}} \right)$	$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} \left(\frac{1}{\text{cm}} \right)$
29,0	20,2	1,1	0,733	0,697	0,0345	0,0495	0,0840
25,0	22,6	1,4	0,933	0,904	0,0400	0,0442	0,0842
20,0	30,2	2,3	1,53	1,51	0,0500	0,0331	0,0831
17,0	39,1	3,5	2,33	2,30	0,0588	0,0256	0,0844

Außerdem gilt für den Kehrwert der Brennweite: $\frac{1}{f} \approx 0,0833 \frac{1}{\text{cm}}$

Aus der Tabelle stellen wir fest, dass für alle Messwerte gilt: $\frac{B}{G} \approx \frac{g}{b}$ (Unterschiede entstehen durch Messfehler), also bestätigen die Messungen das Gesetz des Abbildungsmaßstabes.

Außerdem stellen wir fest, dass für alle Messwerte auch gilt: $\frac{1}{f} \approx \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ (Unterschiede entstehen durch Messfehler), also bestätigen die Messungen auch die Abbildungsgleichung.

1.2 Grafische Darstellung



1.3 Bestimmung der Brennweite mithilfe der Grafik:

Aus der Abbildungsgleichung ergibt sich:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Leftrightarrow \frac{1}{b} = - \frac{1}{g} + \frac{1}{f}$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ y = m \cdot x + p \end{array}$$



Die Darstellung von $1/b$ in Abhängigkeit von $1/g$ ergibt also eine Gerade mit Steigung $m = -1$ und mit Achsenabschnitt $p = 1/f$. Aus der Grafik erhalten wir dann für die Brennweite:

$$f = 1/p = 1/0,084 \text{ cm} = 11,9 \text{ cm}$$

1.4 Relative Abweichung:

$$\frac{\Delta f}{f} \cdot 100\% = \frac{|11,9 \text{ cm} - 12,0 \text{ cm}|}{12,0 \text{ cm}} \cdot 100\% = 0,8 \%$$

1.5 Mit einer Sammellinse kann man ein virtuelles Bild erzeugen, wenn die Gegenstandsweite geringer als die Brennweite ist. Der Gegenstand muss also näher als 12,0 cm zur Linse stehen.

2. Optik

[2 + 3 + (6 + 3) = 14 Punkte]

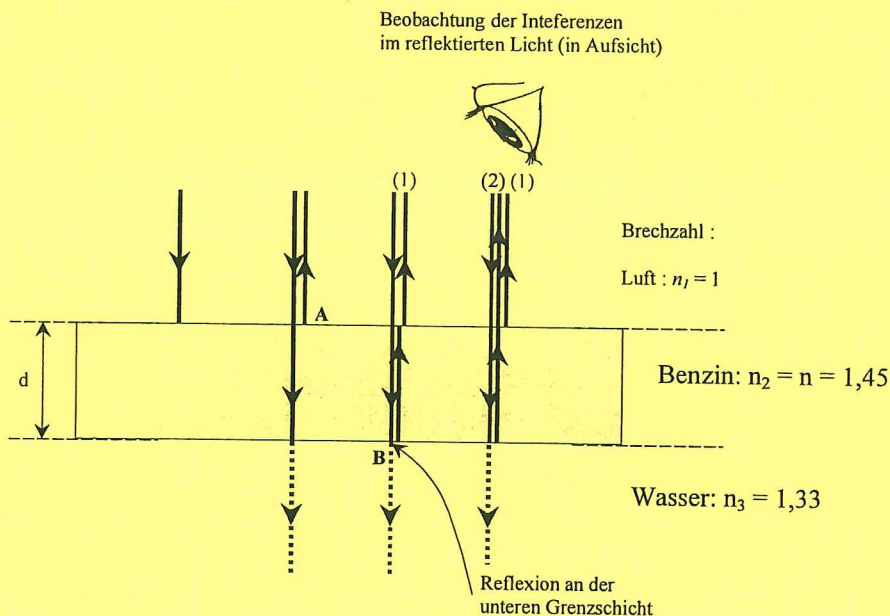
2.1 Beim Übergang von einem optischen dichteren Medium in ein optisch weniger dichtes Medium ($n_1 > n_2$)

tritt Totalreflexion auf, wenn der Einfallswinkel größer ist als der Grenzwinkel $\alpha_G = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$.

2.2 Auf dem Schirm kann man ein Interferenzmuster, d.h. eine Folge von hellen und dunklen Bereichen, beobachten. Dieses Bild lässt sich mit den Welleneigenschaften des Lichtes erklären. In den hellen Bereichen interferieren die Lichtwellen, welche durch die beiden Spalten verlaufen konstruktiv miteinander und in den dunklen Bereichen interferieren die Lichtwellen destruktiv miteinander.

2.3

2.3.1



Die Lichtstrahlen (1) und (2) können interferieren, da sie einen Phasenunterschied aufweisen.

Der Lichtstrahl (1) entsteht durch Reflexion des einfallenden Lichtes an der Oberseite der Schicht im Punkt A, der Lichtstrahl (2) durch Reflexion des einfallenden Lichtes an der Unterseite der Schicht im Punkt B.

Der geometrische Wegunterschied zwischen beiden Strahlen bei senkrechtem Lichteinfall beträgt :

$$\Delta s_{\text{geom}} = 2 \cdot d$$

Der optische Wegunterschied zwischen den beiden Strahlen beträgt dann :

$$\Delta s_{\text{opt}} = 2 \cdot d \cdot n_2$$



Der errechnete optische Wegunterschied ist aber nicht gleich dem Gangunterschied zwischen den Strahlen (1) und (2), denn :

Bei der **Reflexion an einem optisch dichteren Medium** im Punkt A erfährt die einfallende Lichtwelle einen **Phasensprung** von π rad ($=180^\circ$). Dies entspricht einem räumlichen Sprung von $\frac{\lambda}{2}$.
(vgl. bei mechanischen Wellen, z.B. Seilwellen, 12°GE)

Da im vorliegenden Fall, der Strahl (1) bei der Reflexion im Punkt A am optisch dichteren Medium (hier einer „dünnen Schicht“ mit der Brechzahl $n_2 > 1$) einen Phasensprung von 180° erfährt, gilt für den gesamten optischen Gangunterschied bei Beobachtung im reflektierten Licht:

$$\Delta s_g = \Delta s_{opt} + \frac{\lambda}{2} \quad (\text{oder } \dots - \frac{\lambda}{2})$$

d.h. also:
$$\Delta s_g = 2 \cdot d \cdot n \pm \frac{\lambda}{2}$$

- Konstruktive Interferenz im reflektierten Licht (in Aufsicht)

$$\Delta s_g = 2 \cdot k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (k \in \mathbb{N})$$

$$\Rightarrow 2 \cdot d_k \cdot n - \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

d.h.
$$d_k = \frac{(2k+1) \cdot \lambda}{4 \cdot n} \quad k \in \mathbb{N}$$

2.3.2 Aus 2.3.1: Konstruktive Interferenz im reflektierten Licht: $d_k = \frac{(2k+1) \cdot \lambda}{4 \cdot n} \quad (k \in \mathbb{N})$

Also ergibt sich für die Wellenlänge:
$$\lambda = \frac{4 \cdot d_k \cdot n}{2k+1}$$

Für die verschiedenen Ordnungen (k) ergibt sich:

$$k = 0 : \lambda = \frac{4 \cdot 400 \text{ nm} \cdot 1,45}{1} = 2310 \text{ nm} \rightarrow \text{nicht sichtbar (infrarot)}$$

$$k = 1 : \lambda = \frac{4 \cdot 400 \text{ nm} \cdot 1,45}{3} = 773 \text{ nm} \rightarrow \text{sichtbar (rot)}$$

$$k = 2 : \lambda = \frac{4 \cdot 400 \text{ nm} \cdot 1,45}{5} = 462 \text{ nm} \rightarrow \text{sichtbar (blau)}$$

$$k = 3 : \lambda = \frac{4 \cdot 400 \text{ nm} \cdot 1,45}{7} = 330 \text{ nm} \rightarrow \text{nicht sichtbar (ultraviolett)}$$

Für alle höheren Ordnungen wird die Wellenlänge noch geringer, diese liegen also nicht mehr im sichtbaren Bereich.

Die Wellenlängen 773 nm (rot) und 462 nm (blau) werden im reflektierten Licht verstärkt.

3. Spezielle Relativität

[2 + 2 + (4 + 2 + 1) = 11 Punkte]

3.1 Der Lichtblitz erreicht die Erde mit Lichtgeschwindigkeit, d.h. $c = 299\,792\,458$ m/s, da laut dem Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, die Lichtgeschwindigkeit vom Bewegungszustand der Lichtquelle und des Beobachters unabhängig ist. Sie beträgt in jedem Inertialsystem $c = 299\,792\,458$ m/s.

3.2 Die Masse eines Atomkerns ist stets kleiner als die Summe der Massen der Nukleonen. Die der Massendifferenz entsprechende Energie ist die Kernbindungsenergie, welche beim Zusammenfügen des Atomkerns aus seinen Nukleonen frei wird.



3.3

3.3.1 Aus der Gesamtenergie der Protonen und der Gleichung für die dynamische Masse erhalten wir:

$$\begin{aligned}
 E &= m \cdot c^2 \Leftrightarrow E = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2 \\
 \Leftrightarrow \gamma &= \frac{E}{m_0 \cdot c^2} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} &= \frac{E}{m_0 \cdot c^2} \\
 \Leftrightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} &= \frac{m_0 \cdot c^2}{E} \\
 \Leftrightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} &= \left(\frac{m_0 \cdot c^2}{E} \right)^2 \\
 \Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} &= 1 - \left(\frac{m_0 \cdot c^2}{E} \right)^2 \\
 \Leftrightarrow \frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 \cdot c^2}{E} \right)^2} \\
 \Leftrightarrow \frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \frac{\left(1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \left(2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right)^2}{4000 \cdot 10^9 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}} \\
 \Leftrightarrow \frac{v}{c} &= 0,999999972
 \end{aligned}$$

Die Protonen erreichen somit 99,9999972 % der Lichtgeschwindigkeit.

3.3.2 Durch die Längenkontraktion ist die zurückgelegte Strecke für die Protonen, im Bezugssystem der Protonen, verkürzt:

$$x = \frac{x_0}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot x_0 = \sqrt{1 - 0,999999972^2} \cdot 26659 \text{ m} = 6,31 \text{ m}$$

Aus der Sicht der Protonen beträgt die zurückgelegte Strecke für eine Umrundung des Rings ungefähr 6,31 m.

3.3.3 Im Bezugssystem der Protonen vergeht die Zeit:

$$t = \frac{x}{v} = \frac{6,31 \text{ m}}{0,999999972 \cdot 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2,10 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 210 \mu\text{s}$$

Die Protonen benötigen im Bezugssystem der Protonen für eine Umrundung ungefähr 210 μs .

4. Radioaktivität

[1 + 1 + 2 + (2 + 3) = 9 Punkte]

4.1

Als **Aktivität** bezeichnet man die Anzahl der radioaktiven Atome ΔN , die pro Zeiteinheit zerfallen:

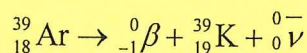
$$A = - \frac{\Delta N}{\Delta t} \quad (1)$$

Ihre Einheit ist das Becquerel: $1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$.

4.2 Die Halbwertszeit $T_{1/2}$ ist die Zeit nach der die Zahl der unzerfallenen Kerne auf die Hälfte gesunken ist.



4.3 Zerfallsgleichung:



${}_{18}^{39}\text{Ar}$: Argonatomkern; ${}_{-1}^0\beta$: Elektron; ${}_{19}^{39}\text{K}$: Kaliumatomkern; ${}_0^0\bar{\nu}$: Anti(elektron)-neutrino

4.4

4.4.1 Ursprüngliche Masse: $m_0 = 0,3 \text{ mg} = 3,0 \cdot 10^{-7} \text{ kg}$

Halbwertszeit: $T_{1/2} = 8,02 \text{ d} = 692928 \text{ s}$

Ursprüngliche Aktivität der Probe:

$$A(0) = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m_0}{m_A} = \frac{\ln 2}{692928} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-7}}{131 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27}} = 1,38 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$$

Die ursprüngliche Aktivität der Probe beträgt $1,38 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$.

4.4.2 Mithilfe des radioaktiven Zerfallsgesetzes für die Aktivität ergibt sich für Zeit t , so dass $A(t) = 0,3 \cdot A(0)$:

$$\begin{aligned} A(t) &= A(0) \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \Leftrightarrow \frac{A(t)}{A(0)} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \\ &\Leftrightarrow \ln\left(\frac{A(t)}{A(0)}\right) = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t \\ &\Leftrightarrow t = -\frac{T_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{A(t)}{A(0)}\right) \\ &\Leftrightarrow t = -\frac{8,02 \text{ d}}{\ln 2} \cdot \ln(0,3) \\ &\Leftrightarrow t = 13,9 \text{ d} \end{aligned}$$

Nach ungefähr 13,9 Tagen ist die Aktivität um 70 % gesunken.

5. Quantenmechanik

[8 + (3 + 4) = 15 Punkte]

5.1

Prinzip der Gegenfeldmethode

Die Gegenelektrode besitzt gegenüber der Metallplatte beziehungsweise der Photoschicht eine negative, regelbare Spannung. Trifft nun Licht der Frequenz f auf die Platte, werden aus ihr Elektronen abgelöst. Diese besitzen gleich nach dem Austritt aus dem Metall eine kinetische Energie von

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

Da diese Elektronen auf ihrem Weg zur Gegenelektrode aber durch die anliegende negative Spannung, die sogenannte **Bremsspannung** U abgebremst werden, erreichen mit steigender (negativer) Spannung immer weniger Elektronen die Gegenelektrode: der Photostrom I nimmt ab.

Erreicht die Spannung einen (negativen) **Grenzwert** U_G , so werden gerade alle Elektronen vollständig abgebremst ($v = 0 \text{ m/s}$): der Photostrom wird Null, da keine Elektronen mehr die Gegenelektrode erreichen.



Wenn die Elektronen die Platte verlassen, so verwandeln sie ihre kinetische Energie in elektrische Energie, die über

$$E_{el} = e \cdot U$$

berechnet wird. Beim Abbremsen der Elektronen auf die Geschwindigkeit Null gilt:

$$E_{kin} = E_{el}$$

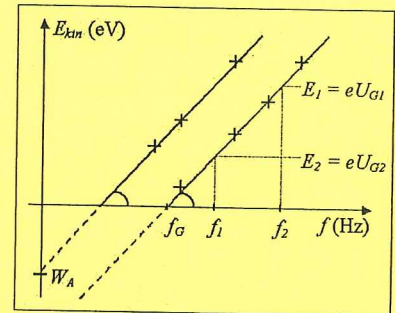
$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = e \cdot U_G$$

Weiterhin gilt nach der Energieerhaltung:

$$\begin{aligned} h \cdot f &= W_A + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \\ &= W_A + e \cdot U_G \end{aligned}$$

Wird im Versuch die kinetische Energie der Elektronen über die Bremsspannung in Abhängigkeit von der Frequenz gemessen, so erhält man folgendes Resultat (Abb. 1):

Die kinetische Energie der Elektronen steigt mit der Frequenz des einfallenden Lichts. Unterhalb der Grenzfrequenz f_G wird kein Elektron aus dem Metall abgelöst! Die Grenzfrequenz hängt ihrerseits vom verwendeten Metall ab.



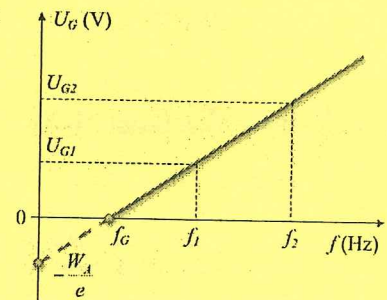
1. Kinetische Energie

$$E_{kin} = h \cdot f - W_A$$

Für ein bestimmtes Metall ergibt die graphische Darstellung der kinetischen Energie der Elektronen als Funktion der Frequenz des einfallenden Lichtes eine Gerade mit der Steigung h . Die Ablösearbeit W_A ist durch den Schnittpunkt dieser Geraden mit der Energie-Achse gegeben.

der aus der Photoschicht herausgelösten Elektronen in Abhängigkeit von der Frequenz der einfallenden Photonen für zwei unterschiedliche Metalle.

Die Konstante h kann also leicht als die Steigung der Geraden bestimmt werden: es genügt, bei zwei Frequenzen f_1 und f_2 die jeweiligen Grenzspannungen U_{G1} und U_{G2} zu bestimmen:



Für ein bestimmtes Material gilt:

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = e \cdot U_G = h \cdot f - W_A$$

Für zwei unterschiedliche Messpunkte gilt:

$$e \cdot U_{G1} = h \cdot f_1 - W_A$$

$$e \cdot U_{G2} = h \cdot f_2 - W_A$$

$$e \cdot (U_{G1} - U_{G2}) = h \cdot (f_1 - f_2)$$

oder:

$$h = \frac{e \cdot (U_{G1} - U_{G2})}{f_1 - f_2}$$

1. Wird die Grenzspannung U_G gegen die Lichtfrequenz f aufgetragen, dann hat die zugehörige Kennlinie die Steigung h/e , unabhängig vom verwendeten Kathodenmaterial:

$$U_G = \frac{h}{e} \cdot f - \frac{W_A}{e}$$

Das Plancksche Wirkungsquantum h beträgt:

$$h = 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$



5.2

- 5.2.1 Die Änderung der Energie ΔE des Atoms entspricht der Energie des emittierten Photons der Frequenz f : $\Delta E = -h \cdot f$

Somit ergibt sich aus der Formel zur Berechnung der Energiestufen:

$$\begin{aligned}\Delta E &= -13,6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{n_{\text{End}}^2} - \frac{1}{n_{\text{Anf}}^2} \right) \\ \Leftrightarrow -h \cdot f &= -13,6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{n_{\text{End}}^2} - \frac{1}{n_{\text{Anf}}^2} \right) \\ \Leftrightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} &= 13,6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{n_{\text{End}}^2} - \frac{1}{n_{\text{Anf}}^2} \right) \\ \Leftrightarrow \lambda &= \frac{c \cdot h}{13,6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{n_{\text{End}}^2} - \frac{1}{n_{\text{Anf}}^2} \right)} \\ \Leftrightarrow \lambda &= \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{13,6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right)} \\ \Leftrightarrow \lambda &\approx 4,10 \cdot 10^{-7} \text{ m} \\ \Leftrightarrow \lambda &\approx 410 \text{ nm}\end{aligned}$$

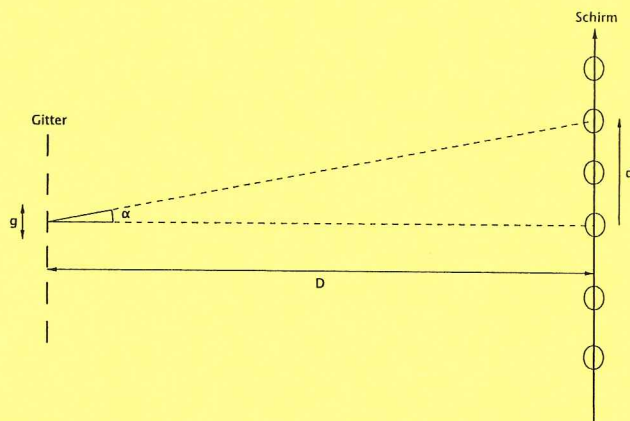
Die Wellenlänge des abgestrahlten Lichts beträgt ungefähr 410 nm. Dies entspricht blauem Licht.

- 5.2.2 Beim Gitter gilt (für konstruktive Interferenz):

$$\sin \alpha = \frac{k \cdot \lambda}{g} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Aus der Zeichnung ergibt sich für den Beugungswinkel α :

$$\tan \alpha = \frac{d}{D} \quad \text{also:} \quad \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{d}{D} \right)$$



Also ergibt sich für N , die Anzahl der Striche pro mm (mit $N = \frac{1}{g}$):

$$\begin{aligned}g = \frac{k \cdot \lambda}{\sin \alpha} &\Leftrightarrow g = \frac{k \cdot \lambda}{\sin \left[\tan^{-1} \left(\frac{d}{D} \right) \right]} \\ &\Leftrightarrow N = \frac{\sin \left[\tan^{-1} \left(\frac{d}{D} \right) \right]}{k \cdot \lambda} \\ &\Leftrightarrow N = \frac{\sin \left[\tan^{-1} \left(\frac{0,152 \text{ m}}{0,6 \text{ m}} \right) \right]}{2 \cdot 410 \cdot 10^6 \text{ mm}} \\ &\Leftrightarrow N \approx 299 \frac{1}{\text{mm}}\end{aligned}$$

Das verwendete Gitter hat 300 Striche pro mm.

