MUSTERLÖSUNG

(22.05.2013)

Theorie: 22 P
Aufgaben: 28 P
Praktikum: 10 P

1. Prisma

14 P (6 + 1 + 7)

1.1 Skript: S12 und S13

1.2 Minimalablenkung $\Rightarrow$ Symmetrischer Durchgang: $\alpha_1 = \alpha_2$ und $\beta_1 = \beta_2$

1.3 Brechzahl des Prismas: $n_P \doteq n = 1,5$

Brechzahl der Luft: $n_L = 1$

Prismenwinkel: $\gamma = 50°$

---

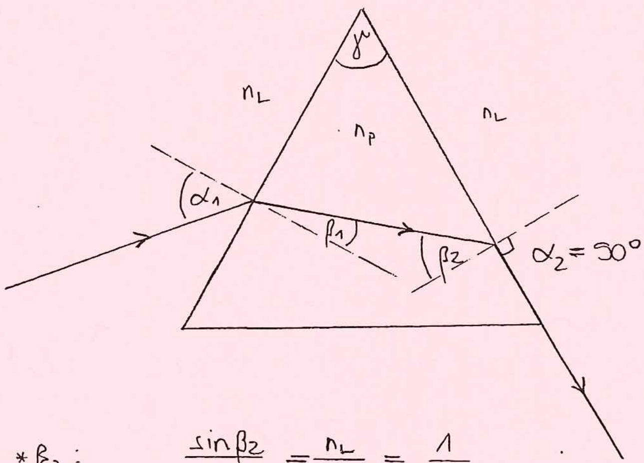
a) Einfallswinkel: $\alpha_1 = ?$

b) Wenn $\alpha_1 \searrow$?

Der Strahl tritt streifend aus dem Prisma aus $\Rightarrow$ $\alpha_2 = 90°$

$\Rightarrow$ $\beta_2 = \beta_G$: **Grenzwinkel der Totalreflexion**

($\Rightarrow$ keine Totalreflexion)



$* \beta_2$: $\quad \frac{\sin\beta_2}{\sin\alpha_2} = \frac{n_L}{n_P} = \frac{1}{n}$; $\quad \alpha_2 = 90°$ und $\sin 90° = 1$

$\sin\beta_2 = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,5}$

$\underline{\underline{\beta_2 = 41,81°}}$ = Grenzwinkel der Totalreflexion

$* \beta_1$: $\quad \beta_1 + \beta_2 = \gamma \Longrightarrow \beta_1 = \gamma - \beta_2 = 50° - 41,81°$

$\underline{\underline{\beta_1 = 8,19°}}$

$* \alpha_1$: $\quad \frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = \frac{n_P}{n_L} = n \Longrightarrow \sin\alpha_1 = n \cdot \sin\beta_1 = 1,5 \cdot \sin 8,19°$

$\underline{\underline{\alpha_1 = 12,3°}}$

$*$ Wenn $\alpha_1 < 12,3°$: $\Longrightarrow$ $\underline{\underline{\text{Totalreflexion}}}$

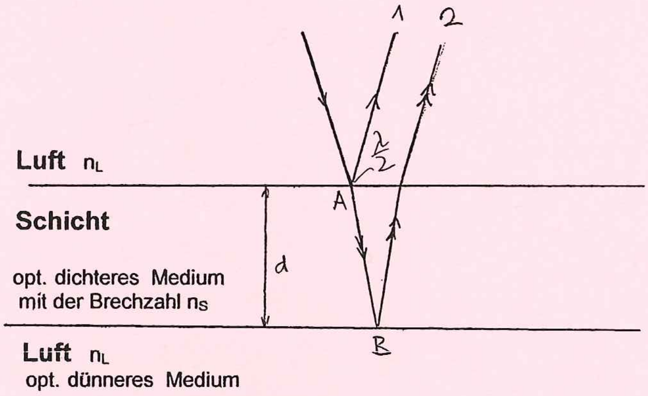
Wenn $\alpha_1 \searrow$, dann $\beta_1 \searrow$ und $\beta_2 \nearrow$ (da $\beta_1 + \beta_2 = \gamma = \text{konst}$)
und wenn $\beta_2 > 41,81°$ (= Grenzwinkel der Totalreflexion),
dann wird der Strahl an der 2. Prismenfläche
total reflektiert

2. Interferenz an dünnen Schichten **11 P (7+ 4)**

2.1 Interferenz im ***reflektierten*** Licht (bei senkrechtem Einfall)

Der Strahl 1 entsteht durch Reflexion des einfallenden Lichtes an der Oberseite der Schicht im Punkt A, der Lichtstrahl 2 durch Reflexion des einfallenden Lichtes an der Unterseite der Schicht im Punkt B,

In der Abbildung sind die Strahlen wegen der besseren Sichtbarkeit ein wenig gegen die Flächennormale geneigt gezeichnet.



Die Strahlen 1 und 2 interferieren miteinander.

Der Gangunterschied Δs_g ist die Summe aus dem optischen Wegunterschied $\Delta s_{opt} = 2 \cdot d \cdot n_S$ und dem Phasensprung:

$$\Delta s_g = \Delta s_{opt} + \text{Phasensprung}$$

Der Gangunterschied der Strahlen 1 und 2 beträgt:

$$\Delta s_g = 2 \cdot d \cdot n_s + \frac{\lambda}{2}$$

Es gibt einen Phasensprung von $\frac{\lambda}{2}$ bei der Reflexion vom Strahl 1 am optisch dichteren Medium im Punkt A.

Es ergibt sich **destruktive Interferenz (Auslöschung, Dunkelheit),** wenn

$$\Delta s_g = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

$$2 \cdot d_k \cdot n_s + \frac{\lambda}{2} = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$2 \cdot d_k \cdot n_s = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2}$$

$$2 \cdot d_k \cdot n_s = k \cdot \lambda$$

$$\underline{\underline{d_k = \frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot n_s}}} \quad \text{mit } k = 1, 2, 3, \ldots \ (\text{da } d_k > 0)$$

2.2 Dicke der Glasplatte: d = 0,4 µm

Brechzahl von Glas: $n_G = 1{,}5$

Wellenlänge: λ = 400 nm – 800 nm (im sichtbaren Bereich)

Verstärkte Wellenlängen im reflektierten Licht: ?

Der Gangunterschied der Strahlen 1 und 2 beträgt: (Frage 2.1)

$$\Delta s_g = 2 \cdot d \cdot n_G + \frac{\lambda}{2}$$

Verstärkung, wenn $\Delta s_g = k \cdot \lambda$ **mit k = 0, 1, 2, 3, ...**

$$\begin{aligned} 2 \cdot d \cdot n_G + \frac{\lambda}{2} &= k \cdot \lambda \quad | \cdot 2 \\ 4 \cdot d \cdot n_G + \lambda &= 2 \cdot k \cdot \lambda \\ 4 \cdot d \cdot n_G &= 2 \cdot k \cdot \lambda - \lambda \\ 4 \cdot d \cdot n_G &= \lambda \cdot (2k - 1) \end{aligned}$$

Verstärkte Wellenlängen: $\lambda = \frac{4 \cdot d \cdot n_G}{2k-1}$ **mit** k **= 1, 2, 3, ... (da** λ **> 0)**

Für k = 1 : $\lambda_1 = \frac{4 \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-6}\, m \cdot 1{,}5}{2 \cdot 1 - 1} = 2{,}4 \cdot 10^{-6}$ m = 2400 nm → nicht im sichtbaren Bereich

Für k = 2 : $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3} = \frac{2400\, nm}{3}$ = 800 nm

Für k = 3: $\lambda_3 = \frac{\lambda_1}{5} = \frac{2400\, nm}{5}$ = 480 nm

Für k = 4: $\lambda_4 = \frac{\lambda_1}{7} = \frac{2400\, nm}{7}$ = 342,9 nm → nicht im sichtbaren Bereich

Verstärkte Wellenlängen im reflektierten Licht: 480 nm und 800 nm.

3. <u>Radioaktivität</u> 9 P (6 + 2 + 1)

3.1 Manuskript 2012/13: Seite K8 - K9 (Grundgesetz des radiaktiven Zerfalls)

3.2 Manuskript 2012/13: Seite K9 (Halbwertszeit $T_{1/2}$)

3.3 Caesium zerfällt in Barium

Zerfallsgleichung: ${}^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$

4. Relativitätstheorie

7 P (1 + 2 + 4)

Entfernung: $e = 8{,}6\, lj = 8{,}6 c \cdot 1a$

Geschwindigkeit: v = 0,4 c

Erdzeit: Δt_{Erde} = ?

Eigenzeit: Δt_{Eigen} = ?

Neue Geschwindigkeit: v' = ?

4.1 Zeit auf der Erde (für den ruhenden Beobachter).

$$\Delta t_{Erde} = \frac{s}{v} \quad ; \quad s = 2 \cdot e \quad (\text{hin und zurück})$$

$$= \frac{2e}{v} = \frac{2 \cdot 8{,}6 \cancel{c} \cdot 1a}{0{,}4 \cancel{c}}$$

$$\Delta t_{Erde} = 43\, a$$

4.2 Zeit für die Astronauten im bewegten Raumschiff = Eigenzeit:

$$\Delta t_{Eigen} = \Delta t_{Erde} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\Delta t_{Eigen} = 43\, a \cdot \sqrt{1 - 0{,}4^2}$$

$$\Delta t_{Eigen} = 39{,}41\, a$$

4.3 Neue Erdzeit: $\Delta t'_{Erde} = 10\, a$

Neue Eigenzeit: $\Delta t'_{Eigen} = 1\, a$

Geschwindigkeit: $v' = ?$

$$\Delta t_{Eigen} = \Delta t_{Erde} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Longrightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\Delta t_{Eigen}}{\Delta t_{Erde}} \Big| ^2$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\Delta t_{Eigen}}{\Delta t_{Erde}}\right)^2$$

Geschwindigkeit: $v' = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t'_{Eigen}}{\Delta t'_{Erde}}\right)^2}$

$$v' = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1a}{10a}\right)^2}$$

$$v' = 0{,}99499\, c = 0{,}995\, c$$

5. Fotoeffekt 9 P (3 + 4 + 2)

Grenzwellenlänge: λ_G = 500 nm
Gegenspannung: U = 0,62 V

Austrittsarbeit: W_A = ? eV
Wellenlänge: λ = ?
Geschwindigkeit: v = ?

* W_A : Austrittsarbeit : $W_A = h \cdot f_G = \frac{h \cdot c}{\lambda_G}$

$$W_A = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js \cdot 3 \cdot 10^8\,\frac{m}{s}}{500 \cdot 10^{-9}\,m}$$

$$W_A = 3{,}976 \cdot 10^{-19}\,J = \frac{3{,}976 \cdot 10^{-19}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}}\,eV$$

$$W_A = 2{,}48\,eV$$

* E_{kin} : Kinetische Energie des ausgetretenen Elektrons :

$$E_{kin} = eU = 0{,}62\,eV = 0{,}62 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J$$

$$E_{kin} = 9{,}93 \cdot 10^{-20}\,J$$

* λ : $hf = W_A + E_{kin}$; $f = \frac{c}{\lambda}$

$$\frac{hc}{\lambda} = W_A + E_{kin}$$

Wellenlänge : $\lambda = \frac{hc}{W_A + E_{kin}}$

$$\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js \cdot 3 \cdot 10^8\,\frac{m}{s}}{3{,}976 \cdot 10^{-19}\,J + 9{,}93 \cdot 10^{-20}\,J}$$

$$\lambda = 4{,}00 \cdot 10^{-7}\,m = 400\,nm$$

* v : Kinetische Energie : $E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Geschwindigkeit : $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}93 \cdot 10^{-20}\,J}{9{,}109 \cdot 10^{-31}\,kg}}$

$$v = 4{,}67 \cdot 10^5\,\frac{m}{s}$$

6. Praktikum: Einfachspalt 10 P (9+ 1)

Abstand Spalt – Schirm: D = 7,40 m
Wellenlänge: λ = 633 nm

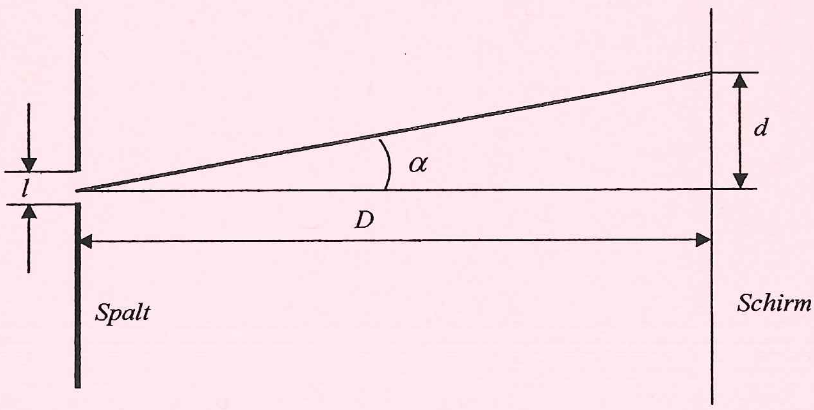
Spaltbreite: ℓ = ?

Bei der Beugung am einfachen Spalt gilt: $\ell \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$

Für die Intensitätsminima ist k = $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

$$\Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{k.\lambda}{\ell} \quad (1)$$

Anstelle der Winkel α werden die Abstände d der Intensitätsminima von der Mitte der Beugungsfigur aus gemessen.



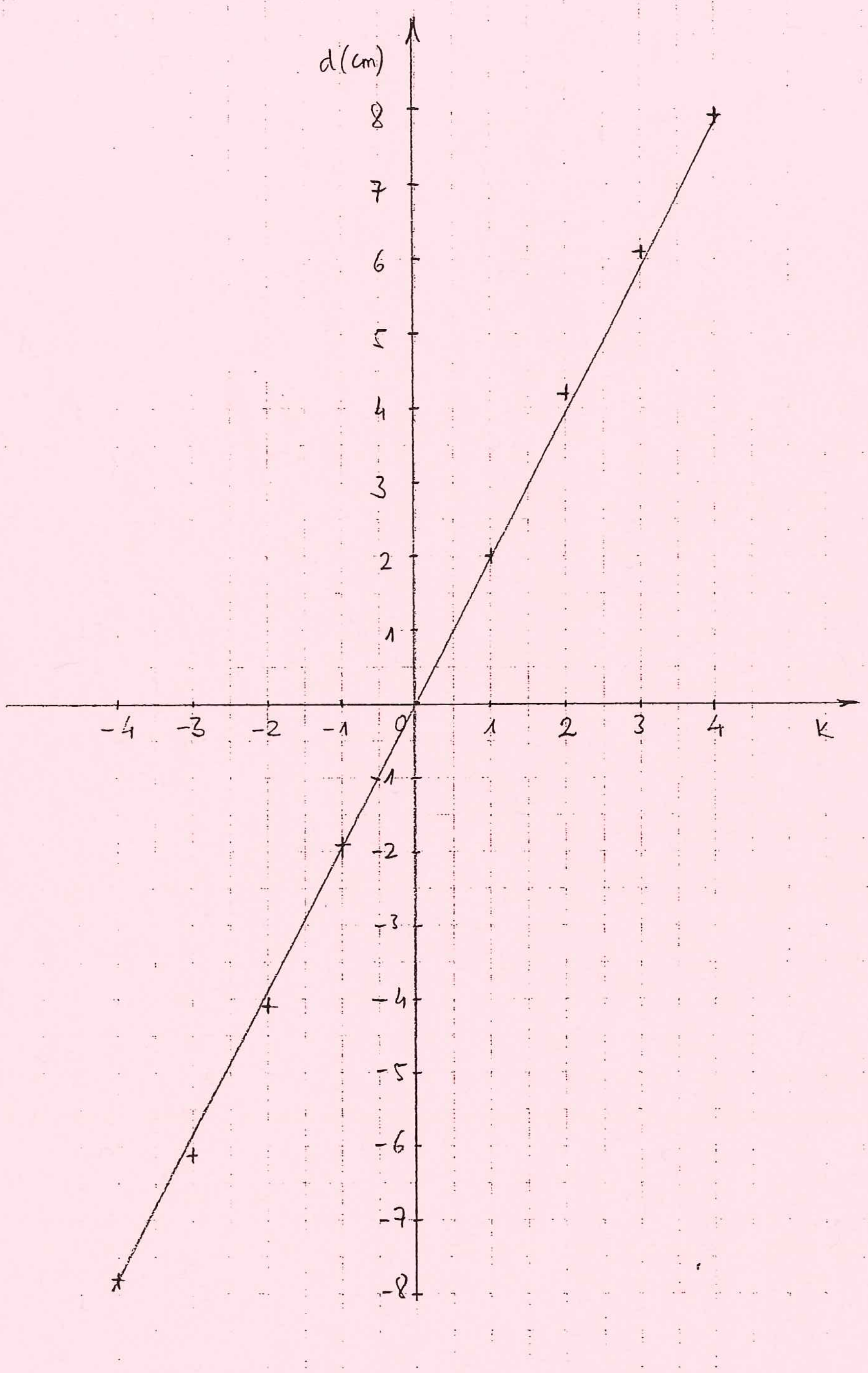
Wenn d << D $\Rightarrow$ α sehr klein! $\Rightarrow$ Für kleine Winkel gilt: $\sin\alpha \approx \tan\alpha = \frac{d}{D}$ (2)

(1) = (2): $\frac{d}{D} = \frac{k.\lambda}{\ell}$. Aus dieser Gleichung folgt:

$$d = \frac{D.\lambda}{\ell} \cdot k$$ mit k = +1, + 2, +3 ... für Minima

d: Abstand eines Minimums vom Hauptmaximum
D: Abstand Spalt – Schirm
ℓ: Spaltbreite
k: Ordnungszahl

k	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
d (cm)	-7,8	-6,1	-4,1	-1,9	2,0	4,2	6,1	7,9



Steigung der Geraden: $a = \frac{\Delta d}{\Delta k} = \frac{15,6\ cm}{8} = 1,95\ cm$

Aus $d = \frac{D.\lambda}{\ell} \cdot k$ folgt: $\frac{\Delta d}{\Delta k} = a = \frac{D \cdot \lambda}{\ell}$ $\Rightarrow$ Spaltbreite: $\ell = \frac{D \cdot \lambda}{a}$

$$\ell = \frac{7,40\ m \cdot 633 \cdot 10^{-9}\ m}{1,95 \cdot 10^{-2}\ m} = 2,40.10^{-4}\ m = 0,24\ mm$$

$\ell = 0,24\ mm$

6.2 Verringert man die Spaltbreite, so wird der helle Mittelstreifen breiter und die sich nach beiden Seiten anschließenden Minima und Maxima wandern nach außen.