Ministère de l'Education nationale et de la Formation professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
Session 2012

BRANCHE : Physique
DATE : 18 septembre 2012 *DUREE : 2 h 30 min*

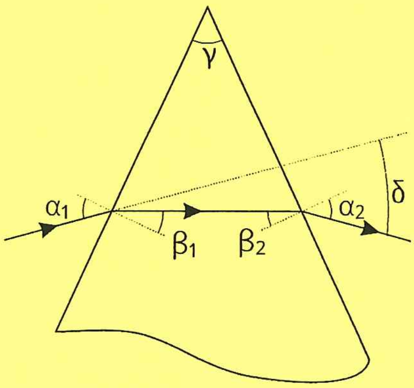
Musterlösung

Punkteverteilung: [T]heorie – [A]ufgabe – [P]raktikum

1 Strahlenoptik [T:4 / A:4 / A:6 → 14P]

Ein Prisma soll den brechenden Winkel $\gamma = 50°$ und den Brechungsindex $n = 1,52$ haben.

1.1 Bei Minimalablenkung läuft das Licht symmetrisch durch das Prisma.



Daher gelten folgende Beziehungen:

$$\beta_1 = \beta_2 \Rightarrow \gamma = 2\beta$$

$$\delta_{\min} = 2\alpha_1 - \gamma \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\delta_{\min} + \gamma}{2}$$

Nach dem Brechungsgesetz gilt:

$$\sin \alpha_1 = n \cdot \sin \beta$$
$$\Leftrightarrow \sin \frac{\delta_{\min} + \gamma}{2} = n \cdot \sin \frac{\gamma}{2}$$
$$\Leftrightarrow n = \frac{\sin \frac{\delta_{\min}+\gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}$$

1.2 Der Minimalablenkungswinkel wird berechnet, indem die eben aufgestellte Gleichung nach δ_{min} gelöst wird:

$$\begin{aligned}
&\sin\frac{\delta_{\text{min}}+\gamma}{2} = n\cdot\sin\frac{\gamma}{2}\\
&\Leftrightarrow \frac{\delta_{\text{min}}+\gamma}{2} = \arcsin\left[n\cdot\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right]\\
&\Leftrightarrow \delta_{\text{min}} = 2\cdot\arcsin\left[n\cdot\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right]-\gamma\\
&\Leftrightarrow \delta_{\text{min}} = 29{,}94^\circ
\end{aligned}$$

Der Einfallswinkel des Lichtbündels in das Prisma beträgt dann:

$$\alpha = \frac{\delta_{\text{min}}+\gamma}{2} = 39{,}97^\circ$$

1.3 Wenn das Lichtbündel das Prisma nicht mehr verlässt, gilt $\beta_2 > \beta_G$

Nach dem Brechungsgesetz:

$$\begin{aligned}
n\cdot\sin\beta_G &= \sin 90^\circ\\
\sin\beta_G &= \frac{1}{n}\\
\beta_G &= \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\\
&= 41{,}14^\circ
\end{aligned}$$

Da $\beta_1+\beta_2=\gamma$, kann der Brechungswinkel an der ersten Grenzfläche berechnet werden:

$$\begin{aligned}
&\beta_1+\beta_2 = \gamma\\
&\Leftrightarrow \beta_1 = \gamma-\beta_2\\
&\qquad = 50^\circ - 41{,}14^\circ\\
&\qquad = 8{,}86^\circ
\end{aligned}$$

Der Eintrittswinkel, für den das Lichtbündel gerade noch aus dem Prisma austreten kann, wird wieder mithilfe des Brechungsgesetzes bestimmt:

$$\begin{aligned}
\sin\alpha_1 &= n\cdot\sin\beta_1\\
\alpha_1 &= \arcsin(n\cdot\sin\beta_1)\\
\alpha_1 &= 13{,}54^\circ
\end{aligned}$$

Für Winkel kleiner als 13,54° verlässt das Lichtbündel das Prisma also nicht an der 2. Grenzfläche.

2 Wellenoptik

[T:5 / T:2 / A:1P / T:5P / A:2P → 15P]

2.1 Es findet *destruktive* Interferenz in Draufsicht statt. Bei senkrechtem Lichteinfall auf die Schicht der Dicke d beträgt der geometrische Gangunterschied

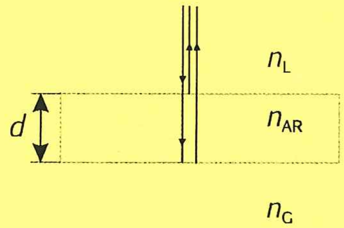
$$\Delta s_{\text{geo}} = 2 \cdot d$$

Der optische Gangunterschied (ohne Berücksichtigung der Phasensprünge) ist dann

$$\Delta s_{\text{opt}} = 2 \cdot n_S \cdot d$$

Da das reflektierte Licht jeweils am *optisch dichteren* Medium reflektiert wird, findet an jeder der Grenzflächen ein Phasensprung statt. Dann gilt für den gesamten optischen Wegunterschied

$$\Delta s_{\text{opt,ges}} = 2 \cdot n_S \cdot d \pm \frac{\lambda}{2} \pm \frac{\lambda}{2}$$



Da *zwei* Phasensprünge stattfinden, entspricht der so entstandene, zusätzliche Wegunterschied einer ganzen Anzahl von Wellenlängen und muss daher nicht weiter berücksichtigt werden. Für destruktive Interferenz entspricht der gesamte optische Gangunterschied

$$\Delta s_{\text{opt,ges}} = 2 \cdot n_S \cdot d_k = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad | \, k \in \mathbb{N}$$

$$d_k = \frac{2k+1}{2 \cdot n_S} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$d_k = \frac{2k+1}{n_S} \cdot \frac{\lambda}{4}$$

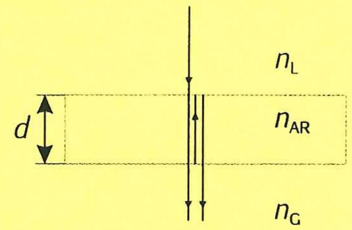
2.2 Setzt man in die in Punkt 2.1 aufgestellte Formel ein (für $k = 0$):

$$d_k = \frac{2k+1}{n_S} \cdot \frac{\lambda}{4}$$

$$d_k = \frac{1}{1{,}23} \times \frac{441{,}6 \cdot 10^{-9}\,\text{m}}{4}$$

$$d_k = 89{,}76 \cdot 10^{-9}\,\text{m}$$

2.3 In Durchsicht findet nur ein Phasensprung statt (Reflexion an der Grenzschicht zwischen Antireflexschicht und Glas).



Der gesamte optische Gangunterschied beträgt dann (bei senkrechtem Lichteinfall):

$$\Delta s_{\text{opt,ges}} = 2 \cdot n_{AR} \cdot d \pm \frac{\lambda}{2}$$

Für destruktive Interferenz:

$$\begin{aligned}\Delta s_{\text{opt,ges}} = 2 \cdot n_{AR} \cdot d + \frac{\lambda}{2} &= (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad | \, k \in \mathbb{N} \\ 2 \cdot n_{AR} \cdot d &= k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} \\ \lambda &= \frac{2 \cdot n_{AR} \cdot d}{k}\end{aligned}$$

2.4 Setzt man in die Gleichung aus Punkt 2.3 ein, erhält man

- für $k = 1$: $\lambda = 221{,}4\,\text{nm}$
- für $k = 2$: $\lambda = 110{,}7\,\text{nm}$
- ...

Alle Wellenlängen sind kleiner als die des sichtbaren Bereich des elektromagnetischen Spektrums, es werden also *keine* Wellenlängen des sichtbaren Lichts in Durchsicht ausgelöscht.

3 Kernphysik

[T:6 / A:1 / A:2 / A:3 → 12 P]

3.1 Die Anzahl $\Delta N(t)$ der zerfallenen Kerne ist proportional zur Anzahl $N(t)$ der am Zeitpunkt t noch vorhandenen Kerne, und sie ist proportional zur Zeit Δt. Die Proportionalitätskonstante ist die Zerfallskonstante λ:

$$\Delta N(t) = -\lambda \cdot N(t) \cdot \Delta t$$

Betrachtet man ein sehr kleines Zeitintervall $\mathrm{d}t$:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda \cdot N(t)$$
$$\frac{\mathrm{d}N(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot \mathrm{d}t$$

Durch Integration erhält man:

$$\ln N(t) = -\lambda \cdot t + \text{konst}$$

Falls zum Zeitpunkt $t = 0$ N_0 Kerne vorhanden sind, gilt:

$$\ln N_0 = \text{konst}$$

Daher:

$$\ln N(t) - \ln N_0 = -\lambda \cdot t$$
$$\ln \frac{N(t)}{N_0} = -\lambda \cdot t$$

Wir entlogarithmieren und erhalten:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

3.2 Zerfall von $^{210}_{84}\mathrm{Po}$

(a) Zerfallsgleichung:

$$^{210}_{84}\mathrm{Po} \longrightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\alpha$$

(b) Das Grundgesetz des radioaktiven Zerfalls gilt auch für die Masse an radioaktivem Stoff: $m(t) = m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2\, t}{T_{1/2}}}$

Mit $m_0 = 10\,\mu\mathrm{g}$, $T_{1/2} = 138$ Tage und $t = 22$ Tage ergibt sich:

$$\begin{aligned} m(t) &= m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}} \\ &= 10\,\mu\mathrm{g} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2\, 22}{138}} \\ &= 8{,}95\,\mu\mathrm{g} \end{aligned}$$

(c) Wenn nur noch 1 % des ursprünglichen ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ vorhanden sind, gilt:

$$
\begin{aligned}
m(t) = 0{,}01 \cdot m_0 = m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2\, t}{T_{1/2}}} \\
\Leftrightarrow 0{,}01 = \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}} \\
\Leftrightarrow \ln(0{,}01) = -\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}} \\
\Leftrightarrow \ln(100) = \frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}} \\
\Leftrightarrow t = \frac{\ln(100) \cdot T_{1/2}}{\ln 2} = 916{,}8\,\text{Tage}
\end{aligned}
$$

(Das Polonium ist erst nach mehr als 2,5 Jahren zu 99% zerfallen.)

4 Quantenmechanik [A:2 / A:5 / A:2 → 9P]

Eine Fotozelle wird mit Licht der Wellenlänge $\lambda = 582\,\text{nm}$ bestrahlt. Diese Wellenlänge entspricht der Grenzwellenlänge des verwendeten Kathodenmaterials.

4.1 Die Austrittsarbeit für das gegebene Kathodenmaterial beträgt:

$$
\begin{aligned}
W_A &= h \cdot f_G \\
&= \frac{h \cdot c}{\lambda_G} \\
&= 3{,}41 \cdot 10^{-19}\,\text{J} \\
&= 2{,}13\,\text{eV}
\end{aligned}
$$

4.2 Die Energie des Photons beträgt

$$E = W_A + E_{kin}$$

Daher:

$$
\begin{aligned}
E_{kin} &= h \cdot f - W_A \\
&= \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A \\
&= 1{,}43 \cdot 10^{-19}\,\text{J} \\
&= 0{,}89\,\text{eV}
\end{aligned}
$$

Die Geschwindigkeit des Elektrons beträgt dann:

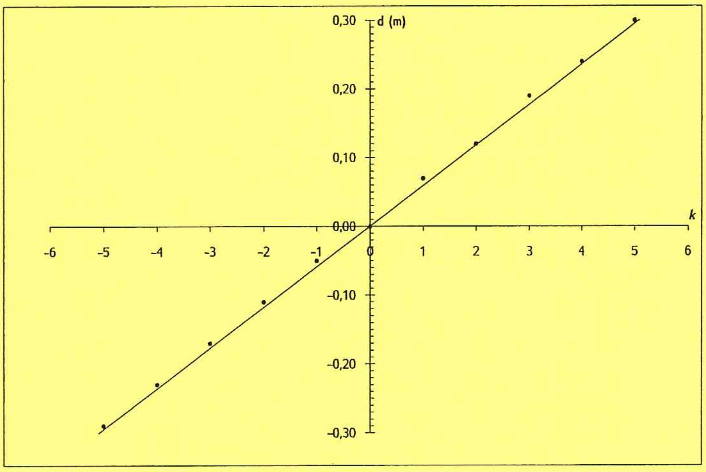
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m_e}}$$
$$= 5{,}61 \cdot 10^5\,\text{m/s}$$
$$= 561\,\text{km/s}$$

4.3 Damit der Elektronenstrom unterbunden wird, muss am Elektron eine elektrische Arbeit verrichtet werden, die gleich der kinetischen Energie des Elektrons ist:

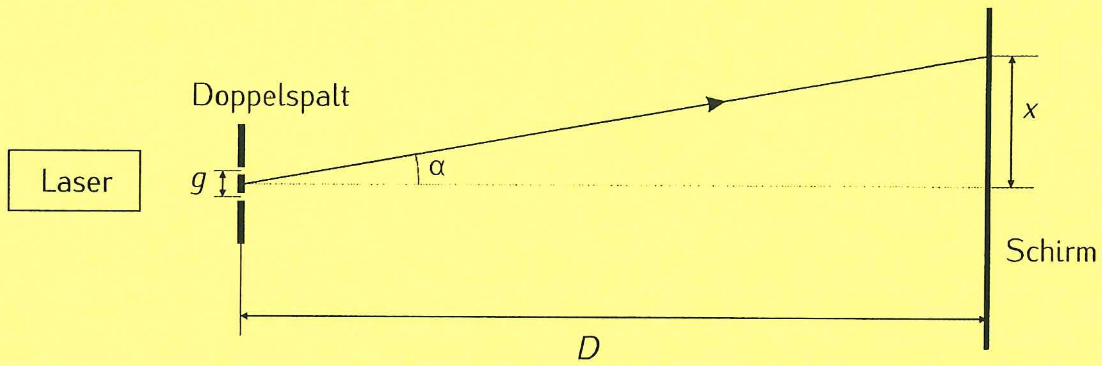
$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U$$
$$U = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{e}$$
$$= 0{,}89\,\text{V}$$

5 Praktikum: Interferenzen am Doppelspalt [P:2 / 3 / 5 → 10P]

5.1 Diagramm



5.2 Versuchsaufbau



Auf dem Schirm beobachtet man ein Maximum, wenn:

$$\sin\alpha = \frac{k\cdot\lambda}{g}$$

Da $\tan\alpha = \frac{d}{D}$ und da für kleine Winkel $\sin\alpha \approx \tan\alpha$ (Annäherung für kleine Winkel), kann man schreiben:

$$\frac{d}{D} \approx \frac{k\cdot\lambda}{g}$$

$$d = \frac{k\cdot\lambda\cdot D}{g} = \underbrace{\frac{\lambda\cdot D}{g}}_{a}\cdot k$$

Die Steigung wird zu $a = 5{,}90\cdot 10^{-3}\,\text{m}$ bestimmt[1].

Die Steigung der Geraden im Diagramm beträgt:

$$a = \frac{\lambda\cdot D}{g}$$

Daher beträgt die Wellenlänge:

$$\lambda = a\cdot\frac{g}{D}$$

$$= 5{,}90\cdot 10^{-3}\,\text{m}\cdot\frac{250\cdot 10^{-6}\,\text{m}}{2{,}76\,\text{m}}$$

$$\lambda = 534\cdot 10^{-9}\,\text{m} = 534\,\text{nm}$$

[1] Dieser Wert entspricht der Steigung der Ausgleichsgeraden.