1 Einfachspalt (12 P)

1.1 **(9 P)**

Bedingung für Minima: der Gangunterschied Δs der beiden Randstrahlen des gesamten Bündels ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge:

$$\Delta s = k\lambda$$

und

$$\sin\alpha_k = \frac{\Delta s}{l} = \frac{k\lambda}{l}$$

Für den Fall wo der Beugungswinkel klein ist kann man schreiben:

$$\sin\alpha_k \cong \tan\alpha_k = \frac{d_k}{D}$$

Daher gilt die Relation:

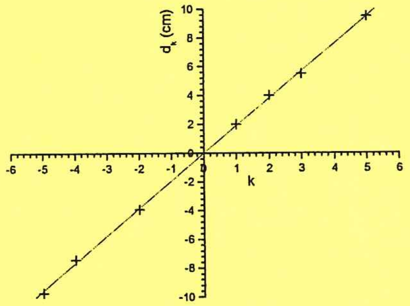
$$\frac{d_k}{D} = \frac{k\lambda}{l}$$

Und:

$$d_k = \frac{D\cdot\lambda}{l}\cdot k$$

$$y = B\cdot x$$

B entspricht der Steigung der Ursprungsgerade im vorhandenen Diagramm:



Sie kann graphisch bestimmt werden (Steigungsdreieck einzeichnen):

$$B = \frac{\Delta d_k}{\Delta k} = 1{,}90\,\text{cm} = 0{,}019\,\text{m}$$

Daher kann man für die Spaltbreite schreiben:

$$l = \frac{D\cdot\lambda}{B} = \frac{4{,}23\,\text{m}\cdot 632{,}8\cdot10^{-9}\,\text{m}}{0{,}019\,\text{m}} = 1{,}409\cdot10^{-4}\,\text{m}$$

$$= 0{,}141\,\text{mm}$$

1.2 **(3 P)**

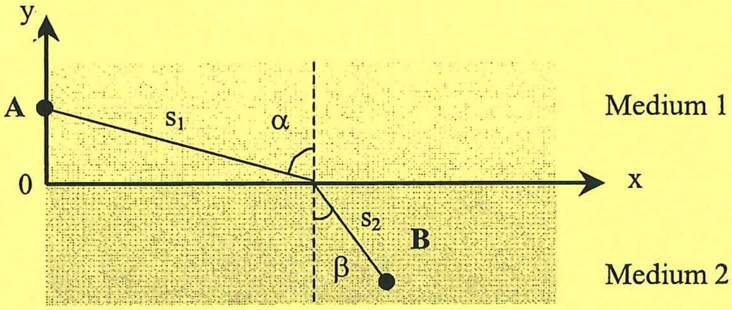
Absolute Abweichung: $\Delta l = \left|l_{Hersteller} - l_{Messung}\right| = \left|0{,}150 - 0{,}141\right|\text{mm} = 0{,}009\,\text{mm}$

Relative Abweichung: $\frac{\Delta l}{l} = \frac{0{,}009\,\text{mm}}{0{,}150\,\text{mm}} = 0{,}060 = 6{,}0\%$

2 Brechung von Licht (10 P)

Prinzip nach Fermat:
Von allen möglichen Wegen die das Licht nehmen kann, um von einem Punkt zu einem anderen zu gelangen, wählt es den Weg der am wenigsten Zeit beansprucht.

Im Folgenden untersuchen wir den Übergang des Lichtes aus einem Medium 1 in ein Medium 2. In einem bestimmten Medium breitet sich das Licht geradlinig aus. An der Grenzfläche der beiden Medien wird der Strahl gebrochen:



Um von A nach B zu gelangen, benötigt das Licht die Zeit:

$$t(x) = \frac{s_1}{c_1} + \frac{s_2}{c_2}$$

Die Strecken betragen:

$$s_1 = \sqrt{x^2 + y_A^2} \qquad \text{und} \qquad s_2 = \sqrt{(x_B - x)^2 + y_B^2}$$

Daher:

$$t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + y_A^2}}{c_1} + \frac{\sqrt{(x_B - x)^2 + y_B^2}}{c_2}$$

Zur Bestimmung der kürzesten Zeit wird die Ableitung der Zeit t zur Position x berechnet:

$$t'(x) = \frac{x}{c_1 \cdot \sqrt{x^2 + y_A^2}} + \frac{(x_B - x)\cdot(-1)}{c_2 \cdot \sqrt{(x_B - x)^2 + y_B^2}}$$

$$t'(x) = \frac{x}{c_1 \cdot s_1} - \frac{x_B - x}{c_2 \cdot s_2}$$

$$t'(x) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{c_1} - \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \beta)}{c_2}$$

$$t'(x) = \frac{\sin\alpha}{c_1} - \frac{\sin\beta}{c_2}$$

Ein Minimum liegt vor, wenn die Ableitung null ist (minimale Zeit → Fermat):

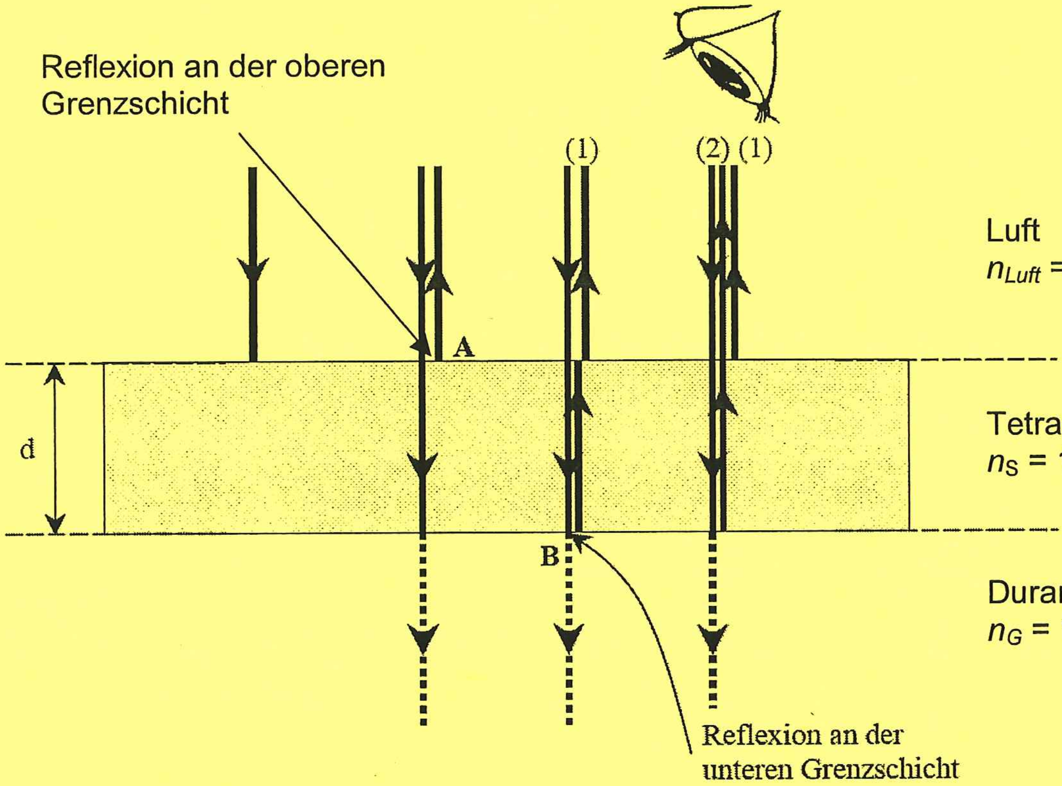
$$t'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\sin\alpha}{c_1} = \frac{\sin\beta}{c_2}$$

Daraus folgt das Brechungsgesetz von Snellius:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad n_1 \cdot \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta$$

3 Dünne Tetrachlorethen-Schicht (9 P)

3.1 **(3 P)**



(1) und (2) interferieren konstruktiv miteinander.

3.2 **(4 P)**

Reflexion in A: Phasensprung von π, weil Reflexion am dichteren Medium ($n_S > n_{Luft}$).
Reflexion in B: kein Phasensprung, weil Reflexion am dünneren Medium.

Die Strahlen (1) und (2) sollen konstruktiv interferieren. Ihr optischer Gangunterschied muss dementsprechend einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge entsprechen:

$$\Delta s_{opt} = k\lambda$$

$$\Leftrightarrow 2n_S d_k - \frac{\lambda}{2} = \frac{2k\lambda}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2n_S d_k = \frac{(2k+1)\lambda}{2} \qquad (k \in N)$$

$$\Leftrightarrow 2d_k = \frac{(2k+1)\lambda}{2n_S}$$

$$\Leftrightarrow d_k = \frac{(2k+1)\lambda}{4n_S} \quad *$$

Für die minimale Dicke der Tetrachlorethen-Schicht gilt $k = 0$. Daher beträgt d_0:

$$d_0 = \frac{\lambda}{4n_S} = \frac{550\,\text{nm}}{4 \cdot 1{,}51} = 91{,}1\,\text{nm}$$

3.3 **(2 P)**

(*) wird nach λ umgestellt:

$$\lambda = \frac{4d_k n_S}{2k+1}$$

λ wird für unterschiedliche k berechnet:

$$\lambda = \frac{4 \cdot 91{,}1\,\text{nm} \cdot 1{,}51}{2k+1}$$

k	0	1	2
λ (nm)	550	183	110

Feststellung: keine zusätzliche Verstärkung im sichtbaren Bereich.

4 Beschleunigtes Elektron (7 P)

4.1 **(5 P)**

Änderung der kinetischen Energie des Elektrons = Arbeit der elektrostatischen Kraft:

$$\Delta E_{kin} = E_{kinEnd} - E_{kinAnf} = m_0c^2(\gamma - 1) - 0 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1\right) = W\left(\vec{F}_{el.}\right) = eU$$

Lösen nach v:

$$v = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{eU}{m_0c^2} + 1\right)^2}} \cdot c = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 250 \cdot 10^3}{9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} + 1\right)^2}} \cdot c = 0{,}7407c = 2{,}22 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.2 **(2 P)**

Ruheenergie des El.: $E_0 = m_0c^2 = 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2\,\text{J} = 8{,}20 \cdot 10^{-14}\,\text{J}$

kinetische Energie des El.: $E_{kin} = 250\text{keV} = 250 \cdot 10^3 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{J} = 4{,}01 \cdot 10^{-14}\,\text{J}$

Gesamtenergie des El.: $E = E_0 + E_{kin} = 8{,}20 \cdot 10^{-14}\,\text{J} + 4{,}01 \cdot 10^{-14}\,\text{J} = 1{,}22 \cdot 10^{-13}\,\text{J}$

und

$$\frac{E_{kin}}{E} = \frac{4{,}01 \cdot 10^{-14}\,\text{J}}{1{,}22 \cdot 10^{-13}\,\text{J}} = 0{,}328 = 32{,}8\%$$

$$\frac{E_0}{E} = \frac{8{,}20 \cdot 10^{-14}\,\text{J}}{1{,}22 \cdot 10^{-13}\,\text{J}} = 0{,}672 = 67{,}2\%$$

5 Radioaktivität (12 P)

5.1 **(4 P)**

Ausgangspunkt ist die Tatsache, dass zur Zeit *t* die Anzahl der zerfallenen Kerne *ΔN(t)* proportional der Gesamtzahl der zur Zeit *t* vorhandenen Kerne *N(t)* ist:

$$\Delta N(t) = -\lambda \cdot N(t) \cdot \Delta t$$

Mit $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = \frac{d\,N(t)}{d\,t}$ erhalten wir die Gleichung

$$\frac{d\,N(t)}{d\,t} = -\lambda \cdot N(t)$$

$$\frac{d\,N(t)}{N(t)} = -\lambda \cdot d\,t$$

Integration der letzten Gleichung ergibt

$$\ln N(t) = -\lambda \cdot t + konst.$$

Falls zur Zeit $t = 0$, $N(0)$ Kerne vorhanden sind, gilt

$$\ln N(0) = konst.$$

Durch Subtraktion von der vorangehenden Gleichung folgt

$$\ln N(t) - \ln N(0) = -\lambda \cdot t$$

$$\ln \frac{N(t)}{N(0)} = -\lambda \cdot t$$

Wir entlogarithmieren und erhalten

$$\boxed{N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t}}$$

5.2 **(2 P)**

Halbwertszeit $T_{1/2}$

Wir gehen davon aus, dass zu der Zeit $T_{1/2}$ die Zahl der nicht zerfallenen Kerne nur $1/2 \cdot N(0)$ sei. Dann gilt

$$\frac{1}{2} \cdot N(0) = N(0) \cdot e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Wir logarithmieren:

$$\ln \frac{1}{2} = -\lambda \cdot T_{1/2}$$

$$\boxed{T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}6931}{\lambda}}$$

5.3 **(3 P)**

Abnahme der Aktivität um 98 %: zum gesuchten Zeitpunkt beträgt die Aktivität nur noch 2 % der Ausgangsaktivität: $A(t)$ / A_0 = 2 % = 0,02 mit $A(t) = A_0 \exp(-\lambda t)$ und $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$.

Daher gilt:

$$\frac{A(t)}{A_0} = 0{,}02 = e^{-\frac{\ln 2 \cdot t}{T_{1/2}}}$$

Eine Umstellung nach t gibt:

$$t = \frac{-T_{1/2} \cdot \ln 0{,}02}{\ln 2} = \frac{-3{,}8\,\text{d} \cdot \ln 0{,}02}{\ln 2} = 21{,}4\ \text{d} \qquad (\text{d} = \text{Tage})$$

5.4 **(3 P)**

Es gilt: $A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N$, wobei N die Anzahl der Kerne in einem Mikrogramm ^{222}Rn darstellt. Ein ^{222}Rn-Kern hat eine Masse von $222\,\text{u} = 222 \cdot 1{,}6605 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} = 3{,}687 \cdot 10^{-25}\,\text{kg}$. Ein kg Radon enthält daher $\frac{1}{3{,}687 \cdot 10^{-25}} = 2{,}713 \cdot 10^{24}$ Kerne und ein Mikrogramm dementsprechend $N = 2{,}713 \cdot 10^{15}$ Kerne. Daher beträgt die gesuchte Aktivität:

$$A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N = \frac{\ln 2}{3{,}8 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot 2{,}713 \cdot 10^{15}\,\text{Bq} = 5{,}73 \cdot 10^{9}\,\text{Bq} = 5{,}73\,\text{GBq}$$

6 Photoeffekt (10 P)

6.1 **(2 P)**

Der **Photoeffekt** (auch äußerer photoelektrischer Effekt, oder lichtelektrischer Effekt genannt), behandelt das Freisetzen elektrisch geladener Teilchen aus einem Material, wenn dieses von elektromagnetischer Strahlung (etwa sichtbares oder ultraviolettes Licht) getroffen wird.

3

6.2 **(~~2~~ P)**

Treffen Photonen auf eine Metallplatte (Abb. 1), so treten sie in Wechselwirkung mit den Elektronen der Platte. **Ein** Photon gibt seine Energie $h \cdot f$ an **ein** Elektron ab. Dieses Elektron tritt aus der Platte, wenn die vom Photon übertragene Energie einen für das Material charakteristischen Mindestwert hat. Man nennt **Ablösearbeit W_A** die Mindestarbeit, die benötigt wird, um überhaupt ein Elektron aus dem Metall lösen zu können.

Diese Mindestarbeit entspricht einer **Mindestfrequenz (Grenzfrequenz) f_G** die das Photon besitzen muss, um ein Elektron aus der Platte „herausschlagen" zu können. Ist die Frequenz f des einfallenden Photons größer als die Grenzfrequenz f_G, so wird ein Teil dieser Energie als Ablösearbeit W_A gebraucht, der Rest ergibt die **kinetische Energie E_{kin}** des freigeschlagenen Elektrons:

6.3 **(2 P)**

Für den Grenzfall gilt (siehe 6.2):

$$W_A = h \cdot f \text{ und } f = \frac{c}{\lambda}$$

Mit: W_A: Austrittsarbeit
h: planksches Wirkungsquantum
f: Frequenz der Photonen (entspricht hier der Grenzfrequenz)
c: Lichgeschwindigkeit (im Vakuum)
λ: Wellenlänge der Photonen (entspricht hier der Grenzwellenlänge)

Daher kann man schreiben:

$$W_A = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

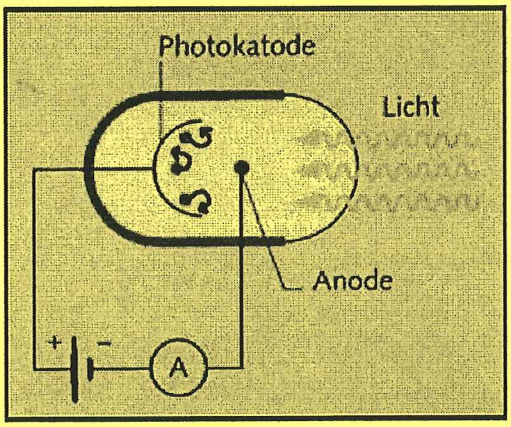
$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{W_A}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2{,}6 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = 477\,\mathrm{nm}$$

Grenzwellenlänge: λ = 477 nm.

6.4 **(4 P)**



Aus der Photokathode werden durch energiereiche Photonen negativ geladene Elektronen herausgeschlagen. Damit diese die Anode nicht erreichen können, müssen sie nach dem herausschlagen wieder von der Photokathode angezogen und von der Anode abgestoßen werden. Daher muss an der Photokathode eine positive Spannung anliegen und an der Anode eine negative Spannung anliegen (Polung wie beim nebenstehenden Schema).

Für den Photoeffekt gilt:

$$E = W_A + E_{kin}$$

Mit: E: Energie der einfallenden Photonen
W_A: Austrittsarbeit des Photokathodenmaterials
E_{kin}: Kinetische Energie der herausgeschlagenen Elektronen

Damit die Elektronen nicht auf die Anode treffen und der Photostrom damit vollständig unterbunden ist, muss ihre kinetische Energie der elektrischen Energie $E_{el} = e \cdot U$ entsprechen, wobei e die Elementarladung des Elektrons ist und U dem Wert der Gegenspannung entspricht. Daher gilt:

$$h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = W_A + e \cdot U$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{\frac{h \cdot c}{\lambda} - W_A}{e}$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{\frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{253{,}7 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}} - 2{,}6 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}$$

$$\Leftrightarrow U = 2{,}291\,\mathrm{V}$$

Erforderliche Gegenspannung: U = 2,291 V.