Code branche	Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse	
MATH	**EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES** Régime technique – Session 2015	
Épreuve écrite	Branche	Division / Section
Durée de l'épreuve 2h30	**Mathématiques**	CG
Date de l'épreuve 21. 09. 15		

Exercice 1 (6 + 4 = 10 points)

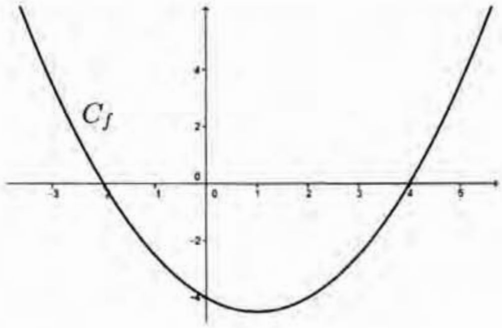
Préciser le domaine d'existence puis, résoudre :

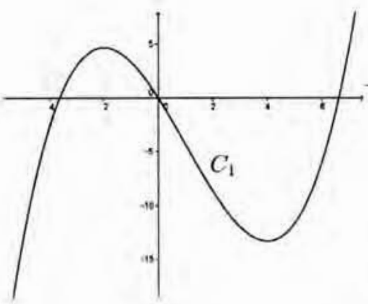
1) $2\ln(4-x)-\ln(x+5)\leq \ln(x-1)$
2) $(e^{x-1}+1)\left(\dfrac{e^{2x^2-1}}{e^{3x+1}}-1\right)=0$

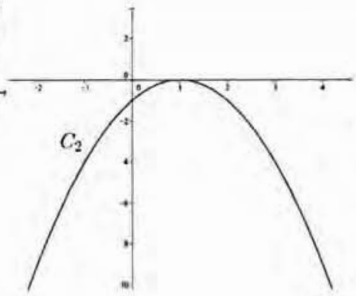
Exercice 2 (3 points)

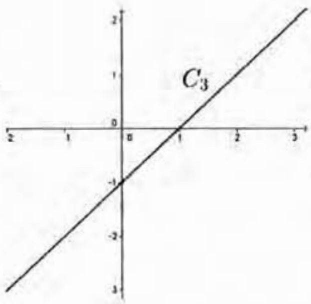
On considère ci-contre la courbe représentative d'une fonction f.

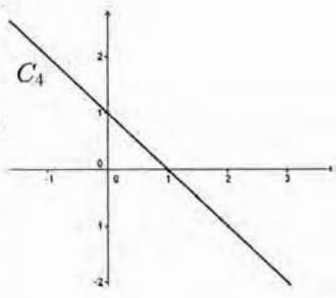
Parmi les courbes représentatives C_1, C_2, C_3 et C_4 données ci-après, laquelle est susceptible de représenter la fonction f' ? Justifier la réponse.











Exercice 3 (2 + 2 + 2 + 2 = 8 points)

Une entreprise fabrique x centaines de tablettes tactiles par semaine, où x appartient à $[0; 20]$. Le bénéfice hebdomadaire de l'entreprise, en milliers d'euros, pour x centaines de tablettes produites et vendues est modélisé par la fonction $B(x) = (5x - 5)e^{-0,2x}$.

1) Quel est le bénéfice de l'entreprise si elle produit et vend 100 tablettes pendant une semaine ? Commenter le résultat.
2) Montrer que $B'(x) = (6 - x)e^{-0,2x}$.
3) Étudier le sens de variation de $B(x)$.
4) Combien de tablettes l'entreprise doit-elle produire et vendre par semaine pour réaliser un bénéfice maximal ? Déterminer ce bénéfice à l'euro près.

Exercice 4 (4 + 3 + 3 = 10 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = 5 - 2\ln(6 - 8x)$.

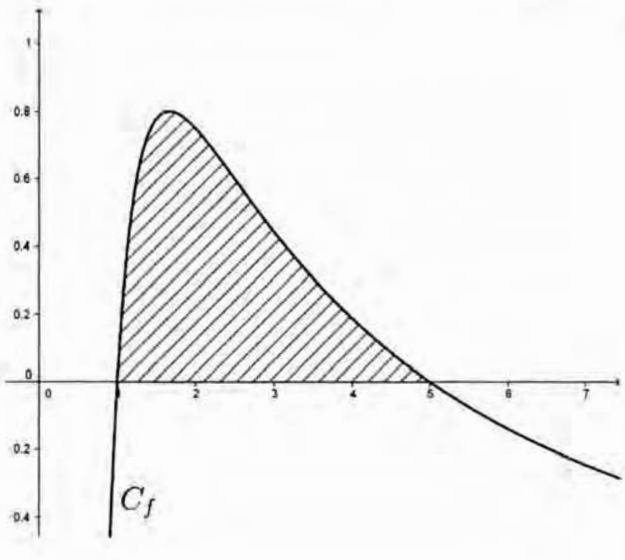
1) Déterminer le domaine de définition de f et calculer les limites aux bornes du domaine de définition. En déduire les asymptotes éventuelles.
2) Calculer la dérivée et étudier les variations de f.
3) Calculer à 0,01 près les coordonnées des points d'intersection de la courbe de f avec les axes du repère.

Exercice 5 (2 + 2 + 2 = 6 points)

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{-x^2 + 6x - 5}{x^2}$$

Sa courbe représentative C_f est donnée par le graphique ci-contre.



1) Calculer les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses.
2) Vérifier que la fonction F définie par $F(x) = -x + 6\ln x + \frac{5}{x}$ est une primitive de f.
3) Calculer l'aire de la surface hachurée.

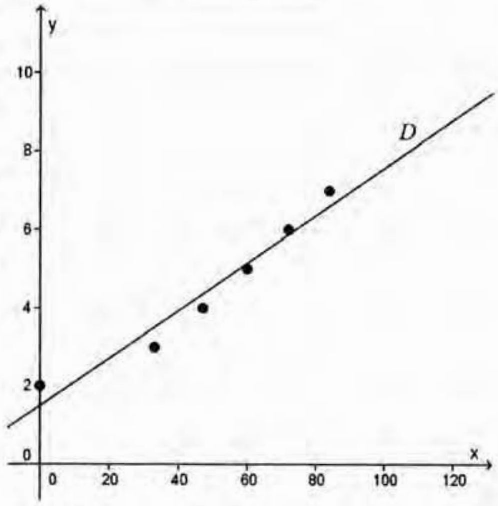
Exercice 6 (3 points)

Calculer en précisant toutes les étapes $\int_{-2}^{1}(-x^2 - 2x + 1)\,dx$

Exercice 7 (1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 2 + 2 = 10 points)

Le tableau suivant donne l'évolution de la population mondiale (en milliards) pour les années 1927 à 2011.

Année	1927	1960	1974	1987	1999	2011
Rang de l'année : x_i	0	33	47	60	72	84
Population (en milliards) : y_i	2	3	4	5	6	7



1) Le nuage de points $M(x_i; y_i)$ et la droite de régression D sont représentés ci-contre. Donner l'équation de la droite de régression.
2) Comme le nuage de points a plutôt une allure exponentielle, on pose $z_i = \ln y_i$. Calculer, à 0,1 près, les valeurs z_i associées aux rangs x_i et reporter les résultats dans un tableau.
3) Déterminer une équation de la droite de régression de z en x (coefficients arrondis à 10^{-3} près).
4) En déduire une relation entre y et x de la forme $y = Ce^{Dx}$ (arrondir C et D à 10^{-3} près).
5) Donner une estimation, à 0,1 milliard près, de la population en 2050.
6) Selon ce modèle, à partir de quelle année la population sera-t-elle supérieure au double de la population actuelle ? (on suppose que la population actuelle est de 7,3 milliards d'habitants.)
7) En 1976, les démographes utilisaient un autre modèle pour décrire l'évolution de la population mondiale (en milliards d'habitants) : $P(t) = \frac{20}{1+4e^{-0,025t}}$ où t est le nombre d'années après 1976. Calculer $\lim_{t \to +\infty} P(t)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 8 (2 + 1 + 1 + 2 = 6 points)

Dans un groupe de jeunes, 45% sont des filles. On sait que 30% des filles et 84,5% des garçons pratiquent un sport.

1) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

On rencontre une de ces personnes au hasard.

2) Calculer la probabilité pour que la personne pratique un sport.
3) Calculer la probabilité que la personne soit une fille et ne pratique pas de sport.
4) La personne ne fait pas de sport. Calculer la probabilité pour que ce soit un garçon.

Exercice 9 (2 + 2 = 4 points)

Une urne contient 3 boules rouges, 4 boules noires et 6 boules vertes indiscernables au toucher.

1) On prend au hasard et simultanément 5 boules de l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 boules vertes ?
2) On prend au hasard et successivement 5 boules de l'urne en remettant chaque fois la boule tirée dans l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 boules vertes ?