Corrigé

Exercice 1 (6 points)

$\ln(x^2-1)+2\ln 2=\ln(4x-1)$

Cond. d'existence: $x^2-1>0$ et $4x-1>0$ **(3)**

- $x^2-1=0$
  $(x-1)\cdot(x+1)=0$
  $x=1$ ou $x=-1$

Tableau des signes :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
x^2-1		+	0	-	0	+	

- $4x-1>0$
  $x>\frac{1}{4}$

E $=\,]1\,;+\infty[$

$\ln(x^2-1)+2\ln 2=\ln(4x-1)$ **(2)**
$\ln(x^2-1)+\ln 2^2=\ln(4x-1)$
$\ln\left[4\cdot(x^2-1)\right]=\ln(4x-1)$
$4x^2-4x-3=0$

$\Delta=16+48=64$

$x_1=\frac{3}{2}\in$ E $\qquad x_2=-\frac{1}{2}\notin$ E $\qquad \boxed{S=\left\{\frac{3}{2}\right\}}$ **(1)**

Exercice 2 (4 points)

$\frac{\left(e^{2x+1}\right)^2\cdot e^{1-x}}{e^x}>5$ $\qquad$ E $=\mathbb{R}$ **(0,5)**

$\frac{e^{4x+2}\cdot e^{1-x}}{e^x}>5$ **(3)**

$e^{4x+2+1-x-x}>5$

$e^{2x+3}>5$

$2x+3>\ln 5$

$x>\frac{1}{2}(\ln 5-3)$ $\qquad \boxed{S=\left]\frac{1}{2}(\ln 5-3);+\infty\right[}$ **(0,5)**

Exercice 3 (12 points)

$f(x)=4-3\ln(5-2x)$

- Cond. d'existence: $5-2x>0$ **(1)**

  $x<\dfrac{5}{2}$ $\qquad\qquad D_f=\left]-\infty\,;\dfrac{5}{2}\right[$

- $\lim\limits_{x\to-\infty} 4-3\underbrace{ln\underbrace{(5-2x)}_{\to+\infty}}_{+\infty}=-\infty$ **(1)**

  $\lim\limits_{x\to\frac{5}{2}^-} 4-3\underbrace{ln\underbrace{(5-2x)}_{\to0^+}}_{\to-\infty}=+\infty$ $\qquad$ **A.V. :** $x=\dfrac{5}{2}$ **(2)**

- $C_f\cap(Ox)$: **(2)**

  $f(x)=0$

  $4-3ln(5-2x)=0$

  $ln(5-2x)=\dfrac{4}{3}$

  $x=-\dfrac{1}{2}\left(e^{\frac{4}{3}}-5\right)\simeq0{,}6$ $\qquad\qquad C_f\cap(Ox)=\left\{A(-\dfrac{1}{2}\left(e^{\frac{4}{3}}-5\right);0)\right\}$

  $C_f\cap(Oy)$: **(1)**

  $f(0)=4-3ln5\simeq-0{,}83$ $\qquad\qquad C_f\cap(Oy)=\{B(0;4-3\ln5)\}$

- $f'(x)=-3\cdot\dfrac{-2}{5-2x}=\dfrac{\overset{>0}{6}}{\underset{>0}{5-2x}}>0\quad\forall x\in D_{f'}$ **(2)**

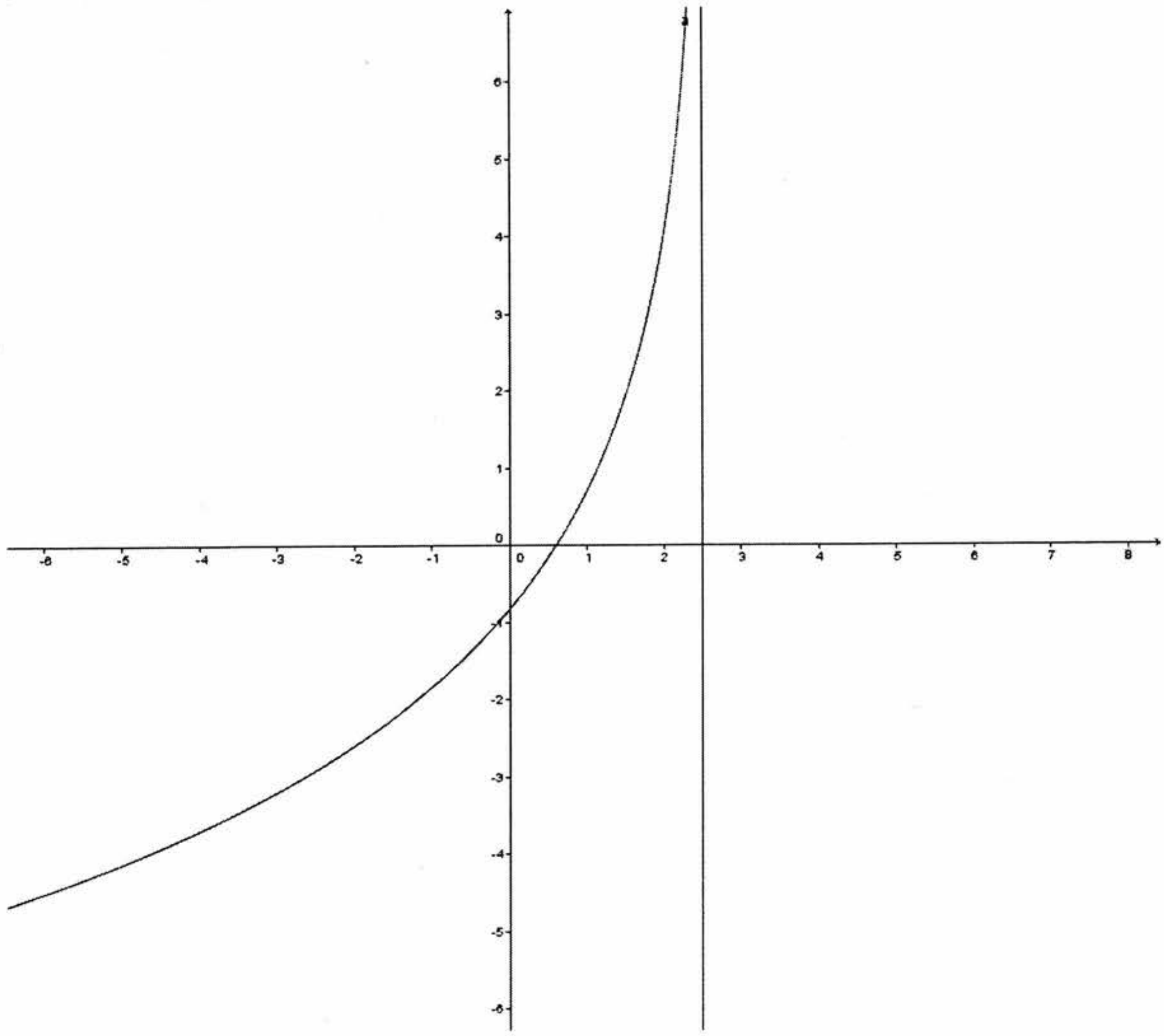
- Tableau de variation: **(1)**

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\Vert$

- Tableau des valeurs:

x	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-5,1	-4,8	-4,5	-4,1	-3,7	-3,2	-2,6	-1,8	-0,8	0,7	4

- Représentation graphique: **(2)**



Exercice 4 (2+3+2+2=9 points)

$B(x)=(x-2)\cdot e^{-x+4}$ $\qquad 1{,}8 \leq x \leq 4{,}5$

1) $x=4$ **(2)**

$B(4)=(4-2)\cdot e^{-4+4}=2$

Le bénéfice réalisé sur la vente de 400 litres est égal à 2000€.

2) $B'(x)=1\cdot e^{-x+4}+(x-2)e^{-x+4}\cdot(-1)$ **(3)**

$$=e^{-x+4}-(x-2)e^{-x+4}$$

$$=e^{-x+4}\left[1-(x-2)\right]$$

$$=(3-x)\underbrace{e^{-x+4}}_{>0}$$

Tableau de variation :

x	$1{,}8$		3		$4{,}5$
$3-x$		$+$	0	$-$	
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
$B(x)$	$-1{,}805$	$\nearrow$	Max	$\searrow$	$1{,}516$

3) L'entreprise doit vendre 300 litres de parfum par jour pour réaliser un bénéfice maximal. **(2)**

$$B(3)=(3-2)\cdot e^{-3+4}=e\simeq 2{,}718$$

Le bénéfice maximal est environ égal à 2718€.

4) $B(x)\geq 0$ **(2)**

$$(x-2)\cdot \underbrace{e^{-x+4}}_{>0}\geq 0$$
$$x-2\geq 0$$
$$x\geq 2$$

L'entreprise ne vend pas à perte si elle produit au moins 200 litres de parfum par jour.

Exercice 5 (3+2+3=8 points)

$$f(x)=\frac{x^2-x-6}{(x+1)^2}$$

1) $F'(x)=1+\dfrac{-4}{(x+1)^2}-3\cdot\dfrac{1}{x+1}$ **(3)**

$$=\frac{(x+1)^2-4-3(x+1)}{(x+1)^2}$$
$$=\frac{x^2-x-6}{(x+1)^2}$$
$$=f(x)$$

Donc F est une primitive de f sur $[\,0\,;6\,]$.

2) $f(x)=0$ **(2)**

$$x^2-x-6=0$$
$$\Delta=1+24=25$$

$x_1=\dfrac{1+5}{2}=3$ $\qquad x_2=\dfrac{1-5}{2}=-2\ \notin[\,0\,;6\,]$ $\qquad C_f\cap(Ox)=\{I(3;0)\}$

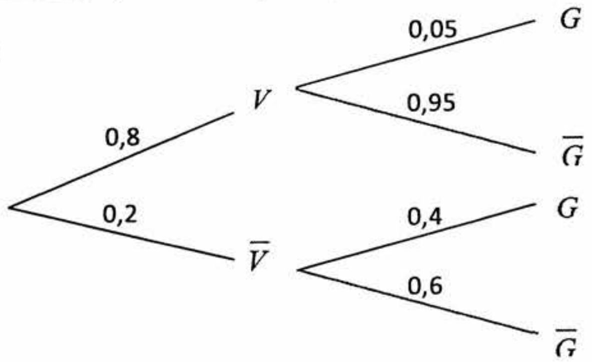
3) $\int_3^6 f(x)\,dx = \left[F(x)\right]_3^6$ **(3)**

$$= 6 + \frac{4}{7} - 3\ln 7 - 3 - \frac{4}{4} + 3\ln 4$$

$$= \frac{18}{7} + 3\ln\frac{4}{7} \simeq 0{,}893$$

Exercice 6 (2+1+1+2=6 points)

1) **(2)**



2) $p(\overline{V}\ et\ G) = 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$ **(1)**

3) $p(G) = p(V\ et\ G) + p(\overline{V}\ et\ G)$ **(1)**

$$= 0{,}8 \cdot 0{,}05 + 0{,}2 \cdot 0{,}4$$
$$= 0{,}04 + 0{,}08$$
$$= 0{,}12$$

4) $p_G(V) = \dfrac{p(G\ et\ V)}{p(G)} = \dfrac{0{,}04}{0{,}12} = \dfrac{1}{3} \simeq 0{,}333$ **(2)**

Exercice 7 (4 points)

$p(B\ gagne) = 0{,}4$ **(0,5)**

$p(B\ gagne\ au\ moins\ 8\ parties) = C_{10}^{8} \cdot 0{,}4^8 \cdot 0{,}6^2 + C_{10}^{9} \cdot 0{,}4^9 \cdot 0{,}6^1 + C_{10}^{10} \cdot 0{,}4^{10} \cdot 0{,}6^0$ **(2,5)**

$$= 45 \cdot 0{,}4^8 \cdot 0{,}6^2 + 10 \cdot 0{,}4^9 \cdot 0{,}6^1 + 1 \cdot 0{,}4^{10} \cdot 0{,}6^0$$

$$\simeq 0{,}0106 + 0{,}0016 + 0{,}0001 = 0{,}0123$$ **(1)**

Exercice 8 ((2+1+2)+(1+1+2+2)=11 points)

Partie A

1) $r \simeq 0{,}964$

   Comme $r \geq 0{,}7$, on peut parler de dépendance linéaire et par conséquent un ajustement affine sera valable.

2) $y = 138{,}183 \cdot x + 242{,}933$

3) $2016 -> x = 16$

   $y = 138{,}183 \cdot 16 + 242{,}933$

   $= 2453{,}86$

   En 2016, la dépense des ménages en produits informatiques sera à peu près égale à 2454 millions d'euros.

Partie B

1)

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
z_i	5,986	6,111	6,047	6,217	6,512	6,863	6,982	7,135	7,263

2) $z = 0{,}178 \cdot x + 5{,}855$

3) $\ln y = 0{,}178 \cdot x + 5{,}855$

   $y = e^{0{,}178 \cdot x + 5{,}855}$

   $y = e^{5{,}855} \cdot e^{0{,}178 \cdot x}$

   $y = 348{,}97 \cdot e^{0{,}18 \cdot x}$

4) $2016 -> x = 16$

   $y = 348{,}97 \cdot e^{0{,}18 \cdot 16}$

   $\simeq 6216{,}65$

   En 2016, la dépense des ménages en produits informatiques sera à peu près égale à 6217 millions d'euros.