Exercice 1 : (8 points)

(2) a) $r \simeq 0{,}9888$; $|r| > 0{,}7$ donc un ajustement affine est justifié
(1) b) $G(31{,}8; 1163)$
(2) c) $a \simeq 34{,}33$; $b \simeq 72{,}42$
équation de la droite des moindres carrés :
$y = 34{,}33\,x + 72{,}42$
(1.5) d) en 1995: $x = 35 \Rightarrow y \simeq 1274 \Rightarrow$ 1274000 passagers
(1.5) e) $y = 2000 \Rightarrow x \simeq 56{,}15$
On dépassera 2000000 passagers la première fois en 2017

Exercice 2 : (4 points)

(1) S : « il n'a pas trouvé ses bagages à destination» $p = 0{,}019$
$\bar{S}$: « il a trouvé ses bagages à destination» $q = \bar{p} = 1 - 0{,}019 = 0{,}981$
(1) a) p(toujours trouvés ses bagages à destination) = $p(S_{20} = 0)$ $(= p(\bar{S}_{20} = 20))$
$= C_{20}^{0} \cdot 0{,}019^{0} \cdot 0{,}981^{20} \simeq 0{,}6814$
(2) b) p(au moins 2 fois bagages non retrouvés) = $p(S_{20} \geq 2)$
$= 1 - p(S_{20} = 0) - p(S_{20} = 1)$
$= 1 - C_{20}^{0} \cdot 0{,}019^{0} \cdot 0{,}981^{20} - C_{20}^{1} \cdot 0{,}019^{1} \cdot 0{,}981^{19}$
$\simeq 1 - 0{,}6814 - 0{,}2639$
$= 0{,}0547$

Exercice 3 : (4 points)

Français : 90 Allemands : 70 Luxembourgeois : 40 Total :200

(1) On choisit 3 sportifs parmi 200 sportifs
Cas possibles : $C_{200}^{3} = 1313400$

(1) a) $p(les\ trois\ sportifs\ choisis\ sont\ luxembourgeois)$
$= \frac{C_{40}^{3}}{C_{200}^{3}} = \frac{9880}{1313400} \simeq 0{,}0075$

(1) b) $p(les\ trois\ sportifs\ choisis\ ont\ des\ nationalités\ différentes)$
$= \frac{C_{90}^{1} \cdot C_{70}^{1} \cdot C_{40}^{1}}{C_{200}^{3}} = \frac{252000}{1313400} \simeq 0{,}1919$

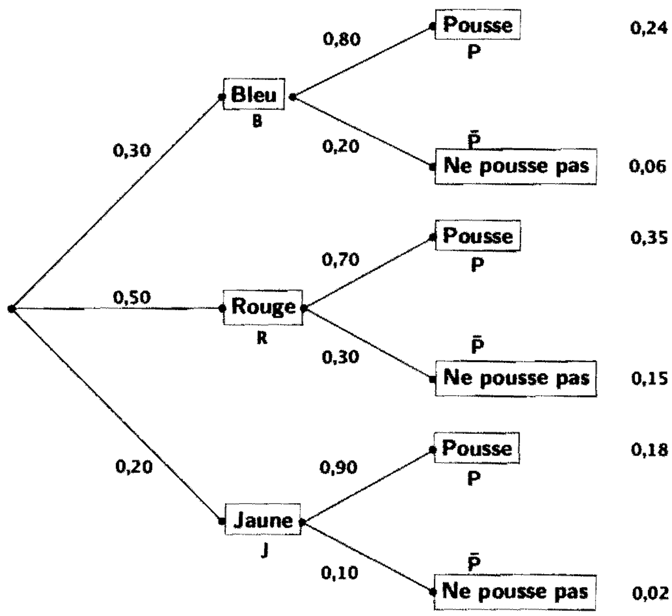
(1) c) $p(au\ moins\ un\ des\ sportifs\ choisis\ est\ luxembourgois)$
$= 1 - \frac{C_{40}^{0} \cdot C_{160}^{3}}{C_{200}^{3}} = 1 - \frac{669920}{1313400} \simeq 1 - 0{,}5101 = 0{,}4899$

ou

$= \frac{C_{40}^{1} \cdot C_{160}^{2}}{C_{200}^{3}} + \frac{C_{40}^{2} \cdot C_{160}^{1}}{C_{200}^{3}} + \frac{C_{40}^{3} \cdot C_{160}^{0}}{C_{200}^{3}} = \frac{508800+124800+9880}{1313400} = \frac{643480}{1313400} \simeq 0{,}4899$

Exercice 4 : (6 points)

(2) a)



(1) b) $p(R\ et\ P) = 0{,}50 \cdot 0{,}70 = 0{,}35$

(1.5) c) $p(P) = 0{,}30 \cdot 0{,}80 + 0{,}50 \cdot 0{,}70 + 0{,}20 \cdot 0{,}90 = 0{,}24 + 0{,}35 + 0{,}18 = 0{,}77$

(1.5) d) $p(J/P) = \frac{p(J\ et\ P)}{p(P)} = \frac{020 \cdot 0{,}90}{0{,}77} \simeq 0{,}2338$

Exercice 5: (11 points)

$$\boxed{f(x) = -\frac{2}{5} - 2\ln(\frac{1}{2}x + 2)}$$

(1) a) domaine: C.E.: $\frac{1}{2}x + 2 > 0$

$D_f =]-4; +\infty[$

(2) b) limites et asymptotes :

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ *pas d'A.H.*

$\lim\limits_{x \to -4^+} f(x) = +\infty$ *A.V.:* $x = -4$

(2,5) c) intersection avec les axes :

axe des x :

$y = 0$

$f(x) = 0$

$-\frac{2}{5} - 2\ln(\frac{1}{2}x + 2) = 0$

$-2\ln(\frac{1}{2}x + 2) = \frac{2}{5}$

$\ln(\frac{1}{2}x + 2) = -\frac{1}{5}$

$\ln(\frac{1}{2}x + 2) = \ln e^{\left(-\frac{1}{5}\right)}$

$\frac{1}{2}x + 2 = e^{\left(-\frac{1}{5}\right)}$

$x = 2e^{\left(-\frac{1}{5}\right)} - 4$ $(\simeq -2{,}36)$

$I(-2{,}36\,;0)$

axe des y : $x = 0$
$y = f(0)$
$y = -\frac{2}{5} - 2\ln(2)$ $(\simeq -1{,}79)$
J(0 ;-1,79)

(1,5) d) <u>dérivée :</u>

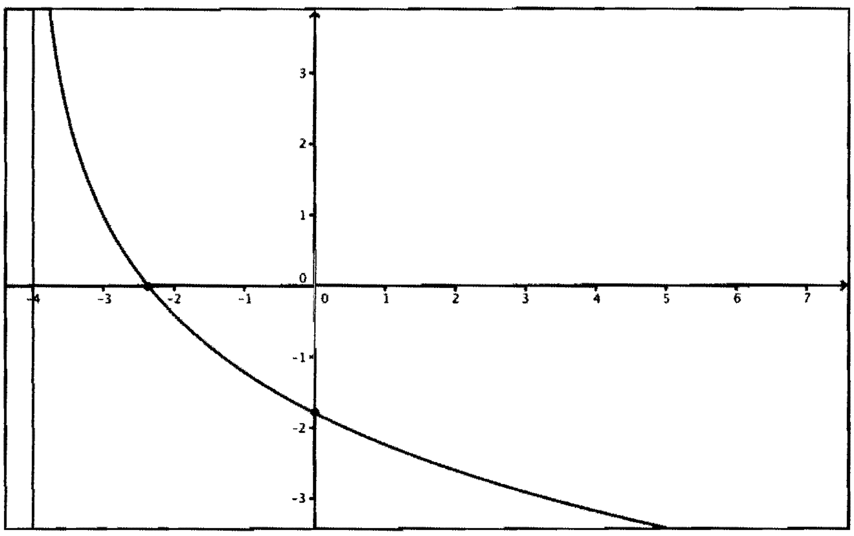
$$f'(x) = -2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{2}x+2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{\frac{1}{2}x+2} \left(= -\frac{2}{x+4}\right) < 0 \quad (\text{sur } D_f)$$

(2) e) <u>tableau de variation :</u>

x	-4		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	$-$
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$-\infty$

(2) f) <u>représentation graphique :</u>

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.99	-0.40	-1.21	-1.79	-2.23	-2.60	-2,91	-3,17



<u>Exercice 6 :</u> (5+4 = 9 points)

(5) a) $\boxed{\ln(x+4) = 2\ln(2-x) - \ln(3x-1)}$

(2) domaine :

C.E.: $x + 4 > 0$ et $2 - x > 0$ et $3x - 1 > 0$

$x > -4$ $x < 2$ $x > \frac{1}{3}$

$D = \left]\frac{1}{3}; 2\right[$

(3) résolution :

$\ln(x+4) + \ln(3x-1) = \ln((2-x)^2)$
$\ln((x+4)(3x-1)) = \ln(4 - 4x + x^2)$
$3x^2 - x + 12x - 4 = 4 - 4x + x^2$
$2x^2 + 15x - 8 = 0$
$\Delta = 225 - 4 \cdot 2 \cdot (-8) = 289$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-15 \pm 17}{4}$

$x = \frac{1}{2} \in D$ ou $x = -8 \notin D$

$S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

(4) b) $\boxed{\left(3e^{1-x} + 2\right) \cdot \left(\frac{e^{2x-1}}{e^{2-x}} - 3\right) = 0}$

(0.5) domaine :

$D = \mathbb{R}$

résolution de l'équation:

(1) $3e^{1-x} + 2 = 0$ impossible

ou

(2.5) $\frac{e^{2x-1}}{e^{2-x}} - 3 = 0$

$e^{(2x-1)-(2-x)} = e^{\ln 3}$

$3x - 3 = \ln 3$

$x = \frac{1}{3}\ln 3 + 1 \in D$

$x \simeq 1{,}366$

$S = \left\{\frac{1}{3}\ln 3 + 1\right\}$

Exercice 7 : (4+4+4 = 12 points)

(4) a) $\boxed{f(x) = -\frac{2}{3x} + 5 - \frac{6}{x^2} + \frac{2}{3}x} = -\frac{2}{3}x^{-1} + 5 - 6x^{-2} + \frac{2}{3}x$

$F(x) = -\frac{2}{3}\ln|x| + 5x - 6 \cdot \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{2} = -\frac{2}{3}\ln|x| + 5x + \frac{6}{x} + \frac{x^2}{3}$

(4) b) $\boxed{f(x) = \frac{6-9x}{e^{3x^2-4x+1}}} = 3(2-3x)e^{-3x^2+4x-1}$

dérivée interne : $-6x + 4 = 2(2-3x)$

$f(x) = 3\,\underbrace{(2-3x)e^{-3x^2+4x-1} \cdot 2}\cdot\frac{1}{2}$

$F(x) = \frac{3}{2} \cdot e^{-3x^2+4x-1}$

(4) c) $\boxed{f(x) = \frac{5x}{2\sqrt{4-x^2}}}$

dérivée interne : $-2x$

$f(x) = \frac{5}{2} \cdot \underbrace{\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \cdot (-2)} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$F(x) = -\frac{5}{4} \cdot 2\sqrt{4-x^2} = -\frac{5}{2}\sqrt{4-x^2}$

Exercice 8 : (6 points)

$\boxed{f(x) = \frac{2x-x^2}{x+1}}$

(1) a) <u>points d'intersection avec l'axe des x</u>

$f(x) = 0$

$2x - x^2 = 0$

$x = 0$ ou $x = 2$

points d'intersection : $I_1(0{,}0)$ et $I_2(2{,}0)$

(1) b) <u>expression de f(x) :</u>

$-x + 3 - \frac{3}{x+1} = \frac{-x(x+1)+3(x+1)-3}{x+1} = \frac{-x^2-x+3x+3-3}{x+1} = \frac{2x-x^2}{x+1} = f(x)$

(4) c) <u>aire:</u>

$A = \int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 -x + 3 - \frac{3}{x+1}\,dx = \int_0^2 -x + 3 - 3 \cdot (x+1)^{-1}dx$

$= \left[-\frac{x^2}{2} + 3x - 3\ln|x+1|\right]_0^2 = (-2 + 6 - 3\ln(3)) - (0 + 0 - 3\ln(1)) = 4 - 3\ln(3) \simeq 0{,}7042$