

## ÉPREUVE ÉCRITE

Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Division administrative et commerciale

Section : CG

**BRANCHE : MATHÉMATIQUES**

SESSION : 2009 septembre DATE :

DURÉE : 2 h 30 min

**I** (3 + 6 + 8 + 3 = 20 points)

On donne les fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  définies par

$$f(x) = \frac{1-3x}{2x^2-3x}, \quad g(x) = (2+3x) \cdot \ln(3-6x) \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{e^{-x}}{e^x-2}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de chacune de ces fonctions.
- 2) Parmi ces trois fonctions, trouver celle(s) dont la courbe admet une asymptote horizontale en  $-\infty$ . Justifier.
- 3) Déterminer la fonction dérivée de chacune de ces fonctions.
- 4) Déterminer les coordonnées du (des) point(s) d'intersection de la courbe de la fonction  $g$  avec l'axe (Ox).

**II** (6 + 4 = 10 points)

Résoudre les équations suivantes :

1)  $2 \ln(x+7) = \ln(-x-3) + \ln(-2x-8)$

2)  $\frac{e^{x(x-2)}}{e^x} = (e^{x-3})^2$

**III** (4 + 3 = 7 points)

Déterminer la valeur exacte des intégrales suivantes :

1)  $\int_1^2 \left( \frac{4}{3x^2} + \frac{3x^2}{4} \right) dx$

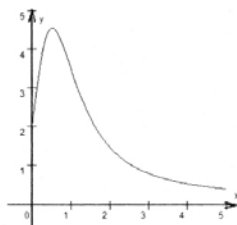
2)  $\int_{-1}^0 (x-3)e^{6x-x^2} dx$

**IV** (6 points)

Le graphique ci-contre donne la courbe représentative de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{10x}{(x^2+1)^2} + \frac{2}{x+1}$  sur  $[0; 5]$ .

Déterminer l'aire de la surface située entre la courbe,

l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation  $x = 5$ .



**V** (3 + 4 = 7 points)

En 2006, l'aéroport de Luxembourg a occupé la 5<sup>e</sup> position parmi les principaux aéroports de fret en Europe. Le tableau suivant donne l'évolution de la quantité de fret aérien transbordé (transborder : umladen) à Luxembourg. (source : bulletin du Statec no 11-2007)

Année	1990	1992	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006
Rang de l'année $x_i$	0	2	4	6	8	10	12	14	16
Fret (milliers de tonnes) $y_i$	143	150,8	241,7	280,7	381,7	499,9	579	712,5	752,3

- 1) Justifier qu'on peut envisager un ajustement affine et déterminer une équation de la droite des moindres carrés.
- 2) En supposant que la tendance se poursuive, estimer :
  - a) la quantité de fret à transborder en 2020.
  - b) l'année en laquelle la quantité de fret dépassera pour la première fois un million de tonnes.

**VI** (1 + 2 + 2 = 5 points)

A la suite d'un sondage effectué à propos de la construction d'un barrage, on estime que :

- 65 % de la population concernée s'oppose à la construction de ce barrage.
- Parmi les opposants, 70% sont des écologistes et parmi les personnes non opposées à la construction, 20% sont des écologistes.

- 1) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée au hasard soit opposée à la construction de ce barrage sans être un écologiste.
- 2) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée au hasard soit un écologiste.
- 3) Calculer la probabilité qu'un écologiste interrogé au hasard soit pour la construction de ce barrage.

**VII** (2 + 3 = 5 points)

Dans une fabrication d'objets en série, 8 % de ces objets présentent un défaut.

Un carton contient dix objets.

Calculer la probabilité que, dans le carton,

- 1) tous les objets soient en bon état.
- 2) au moins deux objets présentent un défaut.