Exercice 1 : (12 points)

(0,5) $a)\ D_f = \mathbb{R}$

(1,5) $b) * \lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(3 - 2e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}}) = 3$

$A.H.$ *d'équation* $y = 3$ *en* $+\infty$

(1) $* \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(3 - 2e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}}) = -\infty$

(2) $c) * C_f \cap (Ox) : y = 0 \Leftrightarrow 3 - 2e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}} = 0$

$$e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{x}{2} = \ln\frac{3}{2}$$

$$x = 1 - 2\ln 3 + 2\ln 2 \quad (\simeq 0,19)$$

(1) $* C_f \cap (Oy) : x = 0 \ ; y = f(0) = 3 - 2e^{\frac{1}{2}} \quad (\simeq -0,30)$

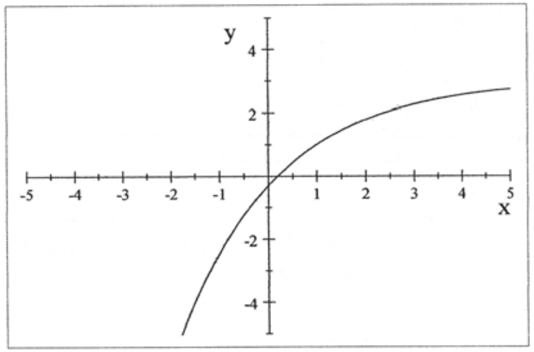
(1,5) $d) * f'(x) = e^{\frac{1}{2}-\frac{x}{2}}$

(1) $e)\ f'(x) > 0\ ,\ \forall x \in \mathbb{R}$

(1)

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+ +	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$3\ (A.H.)$

(2,5) $f)\ C_f$



Exercice 2 : (9 points)

a) $\ln(x) = 2\ln(x+2) - \ln(7x+9)$

(2) $*$ *cond.*: $x > 0$ et $x + 2 > 0$ et $7x + 9 > 0$

$x > -2 \qquad x > \frac{-9}{7}$

$D =]0; +\infty[$

(4) $* \ln(x) = 2\ln(x+2) - \ln(7x+9)$

$$\ln(x) + \ln(7x+9) = 2\ln(x+2)$$

$$\ln[x(7x+9)] = \ln(x+2)^2$$

$$7x^2 + 9x = x^2 + 4x + 4$$

$$6x^2 + 5x - 4 = 0$$

$$\Delta = 25 - 4\cdot 6\cdot(-4) = 121$$

$x = \frac{-5\pm 11}{12} \qquad \underbrace{x = \frac{-4}{3}}_{\notin D}$ *ou* $x = \frac{1}{2} \qquad \underline{S = \{\frac{1}{2}\}}$

b) $(e^{x^2} - e)(e^{3x} + 1) = 0$

(0,5) $*$ *domaine*: $D = \mathbb{R}$

(2,5) $* (e^{x^2} - e)(e^{3x} + 1) = 0$

$e^{x^2} - e = 0$ ou $e^{3x} + 1 = 0$

$e^{x^2} = e \qquad \underbrace{e^{3x} = -1}_{impossible}$

$x^2 = \ln e = 1$

$x = 1$ ou $x = -1$

$\underline{S = \{-1; 1\}}$

Exercice 3 : (8 points)

(4) $* A = \int_{-2}^{1} 5xe^{1-x^2}dx$

$u(x) = -x^2 + 1 \quad ; \quad u'(x) = -2x \quad ; \quad -\frac{5}{2}u'(x) = 5x$

$$A = -\frac{5}{2}\int_{-2}^{1} u'(x)e^{u(x)}dx = \left[-\frac{5}{2}e^{u(x)}\right]_{-2}^{1}$$

$$= \left[-\frac{5}{2}e^{1-x^2}\right]_{-2}^{1} = -\frac{5}{2} - (-\frac{5}{2}e^{-3}) \quad (\simeq -2,376)$$

(4) $* B = \int_1^2\left(1 - \frac{3}{2x} - \frac{1}{2x^2}\right)dx = \int_1^2\left(1 - \frac{3}{2x} - \frac{1}{2}x^{-2}\right)dx$

$$= \left[x - \frac{3}{2}\ln|x| + \frac{1}{2x}\right]_1^2$$

$$= (2 - \frac{3}{2}\ln 2 + \frac{1}{4}) - (1 - \frac{3}{2}\ln 1 + \frac{1}{2})$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{3}{2}\ln 2 \quad (\simeq -0.2897)$$

Exercice 4 : (3 points)

$$f(x) = \frac{3-6x}{\sqrt{4x^2-4x+4}}$$

(3) $u(x) = 4x^2 - 4x + 4 \quad ; \quad u'(x) = 8x - 4 = 4(2x - 1)$

$-\frac{3}{4}u'(x) = 3 - 6x$

$$f(x) = -\frac{3}{4}\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$$

$$F(x) = -\frac{3}{4}\cdot 2\sqrt{u(x)} \ (+C) = -\frac{3}{2}\sqrt{4x^2 - 4x + 4} \ (+C)$$

Exercice 5 : (6 points)

a) point d'intersection avec l'axe des x

(2,5) $f(x) = 0$

$$e^{\frac{3}{2}-x} - 1 = 0$$

$$e^{\frac{3}{2}-x} = 1$$

$$\frac{3}{2} - x = 0$$

$x = \frac{3}{2}$ point $I(\frac{3}{2}; 0)$

b) Aire : $\int_0^{\frac{3}{2}} (e^{\frac{3}{2}-x} - 1)\,dx$

(3,5) $= \left[-e^{\frac{3}{2}-x} - x\right]_0^{\frac{3}{2}}$

$$= (-e^0 - \frac{3}{2}) - (-e^{\frac{3}{2}} - 0) = e^{\frac{3}{2}} - \frac{5}{2} = 1,982$$

Exercice 6 : (7 points)

(1) 1. $r = 0,939$; $|r| > 0,7$ donc un ajustement affine est justifié

(2) 2. $G(18,14 \ ; \ 55,46)$

(2) 3. $a = 0,614; b = 44,315$

équation de la droite des moindres carrés: $y = 0,614x + 44,315$

(2) 4. en 2015: $x = 40 \quad ; \quad y = 68,88\%$

Exercice 7 : (8 points)

On tire des cartes d'un jeu de 32 cartes

1. On tire 5 cartes simultanément.

(2) $a.$ cas possibes: $C_{32}^5 = 201376$

cas favorables: $C_8^4 \cdot C_{24}^1 = 70\cdot 24 = 1680$

p(exactement 4 fois coeur)=$\frac{1680}{201376} = 0,008343$

(2) $b.$ cas favorables: $201376 - (C_{12}^0 \cdot C_{20}^5 + C_{12}^1 \cdot C_{20}^4)$

$$= 201376 - 15504 - 58140 = 127732$$

p(au moins 2 fois une figure)=$\frac{127732}{201376} = 0.6343$

2. Après chaque tirage on regarde la carte obtenue et on la remet dans le paquet. Epreuve de Bernoulli:

$S = \{figure\} \qquad p(S) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$

$\overline{S} = \{pas\ de\ figure\} \qquad p(\overline{S}) = \frac{20}{32} = \frac{5}{8}$

(2) $a.\ p(S_5 = 3) = C_5^3 \cdot \left(\frac{12}{32}\right)^3 \cdot \left(\frac{20}{32}\right)^2 = 0,2060$

(2) $b.\ p(S_{10} \geq 8) = C_{10}^8 \cdot \left(\frac{12}{32}\right)^8 \cdot \left(\frac{20}{32}\right)^2$

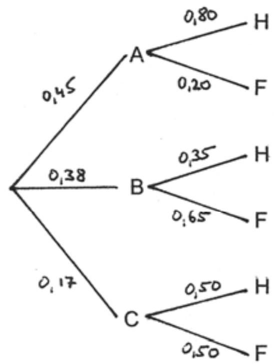
$$+ C_{10}^9 \cdot \left(\frac{12}{32}\right)^9 \cdot \left(\frac{20}{32}\right)^1 + C_{10}^{10} \cdot \left(\frac{12}{32}\right)^{10} \cdot \left(\frac{20}{32}\right)^0$$

$$= 0.0069 + 0.0009 + 0.0001$$

$$= 0,0079$$

Exercice 8 : (7 points)

(2) 1.



(1) 2. $p(H/B) = 0,35$

(2) 3. $p(H \cap C) = 0,17 \cdot 0,5 = 0,085$

(2) 4. $p(F) = 0,45 \cdot 0,2 + 0,38 \cdot 0,65 + 0,17 \cdot 0,5 = 0,422$