Code branche	Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – **Session 2015**	
MATHE II		
Épreuve **écrite**	*Branche*	*Division / Section*
Durée épreuve **2h**	**Mathématiques II**	**GE**
Date épreuve 1 juin 2015		

Pour les questions 1 – 4, le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$.

Question 1 *(5 points)*

Démontrer :

Quels que soient les nombres complexes non nuls z et z' :

1. $\left|\dfrac{z}{z'}\right| = \dfrac{|z|}{|z'|}$
2. $\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z') \quad (\text{mod}\,2\pi)$

Question 2 *(5+3+2 = 10 points)*

Soient A et B les points d'affixes $z_A = i\cdot\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ et $z_B = \dfrac{1}{3}\left(-4\sqrt{3} + i4\sqrt{3}\right)$.

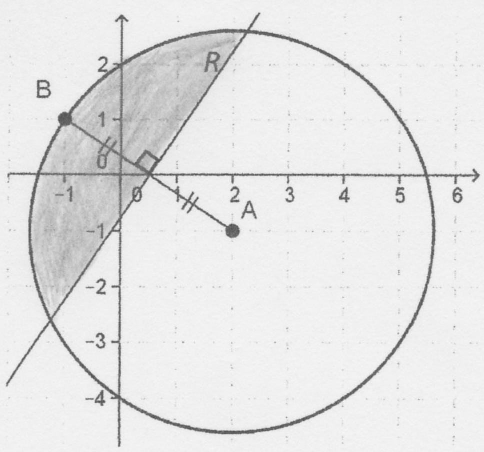
a) Ecrire z_A et z_B sous forme exponentielle et sous forme algébrique.

b) Calculer l'affixe du point C tel que $ABOC$ soit un parallélogramme.

c) Calculer l'affixe de I, point d'intersection des diagonales de $ABOC$.

Question 3 *(5 points)*

Caractériser par une double condition sur son affixe z l'appartenance d'un point M à la région grise R, frontières comprises.



Question 4 *(3+2 = 5 points)*

Δ est l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que : $|z-3-2i| = |\overline{z}+2-i|$.

a) Déterminer Δ en utilisant la forme algébrique de $z = x+iy$, avec $x\in\mathbb{R}$ et $y\in\mathbb{R}$.

b) Déterminer Δ par la méthode géométrique.

Le Commissaire du Gouvernement,

Question 5 *(2+2+2+4 = 10 points)*

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

a) Vérifier que $A(2;-1;4)$, $B(1;-1;1)$ et $C(0;5;-2)$ définissent un plan.

b) Démontrer que le vecteur $\vec{n}(3;0;-1)$ est normal au plan (ABC).

c) En déduire une équation cartésienne de (ABC).

d) Calculer la mesure (à *0,01* degrés près) de l'angle géométrique $\widehat{BAC}$.

Question 6 *(2+3+5 = 10 points)*

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On considère les trois plans :

$P_1 : -x+3y+z+1=0$

$P_2 : 2x-3y-5=0$

$P_3 : -3x+y+3z-2=0$

a) Vérifier que les plans P_1 et P_2 sont sécants (sans déterminer leur intersection).

b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d'intersection Δ de P_1 et P_2.

c) Etudier la position relative de cette droite Δ et du plan P_3 et en déduire l'intersection des trois plans.

Question 7 *(7 points)*

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. Soient $A(2;-5;1)$ et $B(1;-6;4)$ deux points de l'espace. Soit Δ la droite de représentation paramétrique :

$$\Delta : \begin{cases} x=t+3 \\ y=2t-2, \quad t\in\mathbb{R} \\ z=-2t \end{cases}$$

Etudier la position relative des droites (AB) et Δ.

Question 8 *(3+1+2+2 = 8 points)*

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. Soient $A(-1;-3;0)$, $B(0;-1;2)$ et $C(1;0;-2)$ trois points non alignés de l'espace.

a) Calculer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) En déduire l'aire du triangle ABC (à *0,01* u.a. près).

c) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

d) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par $D(0;-3;2)$ et perpendiculaire au plan (ABC).

Le Commissaire du Gouvernement,