Code branche	Ministère de l'Education nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – Division technique générale **Section technique générale - Session 2013/2014**	
MATHE II		
Épreuve **écrite**	*Branche*	*Division / Section*
Durée épreuve **2h**	**Mathématiques II**	**13GE**
Date épreuve 26.05.2014		

I. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

On pose : $z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$, $z_2=2+2i$ et $Z=\frac{z_1}{z_2}$.

1) Ecrire z_1, z_2 et Z sous forme exponentielle.

2) Ecrire Z sous forme algébrique.

3) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

(4 + 2 + 1 = 7 points)

II. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1) Dans chacun des cas suivants, déterminer l'ensemble des points M dont l'affixe z satisfait à la condition indiquée :

a) $|2-\bar{z}|=|iz-1|$

b) $\arg\left(-\frac{i}{z}\right)=\frac{\pi}{3}\ (\text{mod } 2\pi)$

2) On note A le point d'affixe 1. A tout point M distinct de A et d'affixe z, est associé le point M' d'affixe z' définie par $z'=\frac{(1-i)(z-i)}{z-1}$.

Déterminer, par une méthode analytique, l'ensemble Γ des points M d'affixe z telle que $\text{Re}(z')$ soit nul.

((3 + 3) + 7 = 13 points)

III. 1) Démontrer que :

Si dans un repère orthonormé de l'espace, on a les vecteurs $\vec{u}(x,y,z)$ et $\vec{v}(x',y',z')$ alors : $\vec{u}\cdot\vec{v} = xx' + yy' + zz'$.

2) On donne A(2 ;-1 ;3), B (0 ;1 ;2) et C(1 ;0 ;-1). Quelle est, au dixième de degré près, la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$?

(5 + 3 = 8 points)

IV. L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Les droites d et d' sont données par leurs représentations paramétriques,

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3-2t \\ z = -2+t \end{cases},\ t \in \mathbb{R} \qquad \begin{cases} x = 2s+2 \\ y = s-4 \\ z = -s+2 \end{cases},\ s \in \mathbb{R}.$$

Etudier si les droites d et d' sont coplanaires.

(4 points)

V. L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les trois plans :

$P_1 : x-y+2z-4=0,$
$P_2 : x+y+z-11=0,$
$P_3 : 2x+y-z-8=0.$

1) Vérifier que les plans P_1 et P_2 sont sécants (sans déterminer leur intersection).

2) Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection d.

3) Etudier la position relative de cette droite d et du plan P_3 et en déduire l'intersection des trois plans.

(1 + 4 + 4 = 9 points)

VI. L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On donne les points A(1 ;2 ;3) et B(-1 ;3 ;5) et le plan P : 2x+y-z+3=0.

1) Vérifier que la droite (AB) n'est pas perpendiculaire au plan P.

2) Déterminer un vecteur normal au plan Q qui contient la droite (AB) et qui est perpendiculaire à P.

3) Déterminer une équation cartésienne de ce plan Q.

(1 + 2 + 2 = 5 points)

VII. L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On donne les quatre points A(1 ;-3 ;2), B(2 ;-1 ;1), C(1 ;-2 ;4) et D(3 ;-2 ;5).

1) Vérifier que les points A, B et C définissent un plan.

2) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

3) Calculer l'aire du triangle ABC.

4) Vérifier que le point D n'appartient pas au plan (ABC).

5) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d passant par D et perpendiculaire à (ABC).

6) Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de D sur le plan (ABC).

7) En déduire la distance du point D au plan (ABC).

(1 + 3 + 1 + 1 + 2 + 4 + 2 = 14 points)

Le Commissaire du Gouvernement,