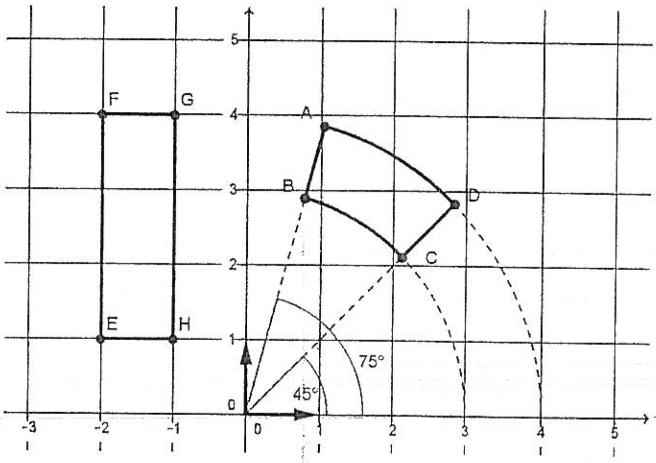
Code branche **MATHE II**	**Ministère de l'Education nationale et de la Formation professionnelle** EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – Division technique générale **Section technique générale - Session 2012/2013**	
Épreuve **Ecrite**	*Branche*	*Division / Section*
Durée épreuve **2h00**	**Mathématiques 2**	**GE**
Date épreuve 15.10.2013		

Question 1 *(3+4+2=9 points)*

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. On considère les complexes $z_1=\sqrt{5}e^{-i\frac{7\pi}{6}}$ et $z_2=\sqrt{5}+\sqrt{15}i$.



a) Exprimer z_1 sous forme algébrique. Est-ce que $M_1(z_1)$ est à l'intérieur du rectangle EFGH ?

b) Exprimer z_2 sous forme trigonométrique. Est-ce que $M_2(z_2)$ est à l'intérieur de la partie de la couronne ABCD ?

c) Prouver que $\frac{z_2}{z_1}$ est imaginaire pur.

Question 2 *(4+2+3+3+5=17 points)*

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

a) Démontrer :

Si A, B, C et D sont des points d'affixes z_A, z_B, z_C et z_D tels que $z_A \neq z_B$ et $z_C \neq z_D$, alors $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD})=\arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\right)$.

Soient *K*, *L* et *M* les points d'affixes $z_K=3i$, $z_L=2+\frac{7i}{2}$ et $z_M=1-i$.

b) Placer les points *K*, *L* et *M* dans le repère (prendre 1cm comme unité).

c) Calculer l'affixe du point *N* tel que *KLMN* soit un parallélogramme.

d) Calculer l'affixe de *I*, point d'intersection des diagonales de *KLMN*.

e) Calculer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{KL},\overrightarrow{KM})$.

La Commissaire du Gouvernement,

Question 3 *(3+4=7 points)*

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

Pour tout nombre complexe $z \neq -i$, on pose $Z=\dfrac{z-i}{z+i}$, $z=x+iy$ et $Z=X+iY$ avec $x,y,X,Y \in \mathbb{R}$.

a) Exprimer X et Y en fonction de x et de y.

b) Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que $\mathrm{Re}(Z)=\mathrm{Im}(Z)$.

Question 4 *(4+1+5=10 points)*

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit $A\left(3;\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ et $B\left(1;\dfrac{3}{2};\dfrac{-5}{2}\right)$ deux points de l'espace.

a) Déterminer une équation de $\mathcal{P}$, plan médiateur de $[AB]$.

b) Montrer que l'origine est un point de $\mathcal{P}$.

c) Calculer $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ et en déduire une mesure (à *0,01* degrés près) de l'angle géométrique $\widehat{AOB}$.

Question 5 *(2+4+3+4=13 points)*

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Soit le système (S) formé par les équations des trois plans donnés : $(S)\begin{cases} P_1: & x+y-z+4=0 \\ P_2: & 2y+z-1=0 \\ P_3: & 2x-2y+z=0 \end{cases}$

a) Sans déterminer la droite d'intersection Δ, démontrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants.

b) Montrer qu'une représentation paramétrique de Δ est $\begin{cases} x=-3t-3 \\ y=t \\ z=-2t+1 \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

c) Montrer que Δ n'est pas parallèle à P_3.

d) Résoudre (S).

Question 6 *(4 points)*

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Les points A et B ont pour coordonnées : $A(3;-2;4)$ et $B(-1;0;3)$.

Déterminer une équation cartésienne de la sphère de centre A et passant par B.

La Commissaire du Gouvernement,