<table>
<tr><td>Code branche
MATHE</td><td colspan="2">Ministère de l'Education nationale et de la Formation professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
Section technique générale - Session 2012/2013</td></tr>
<tr><td>Épreuve
écrite</td><td rowspan="3">Branche

Mathématiques II</td><td rowspan="3">Division / Section

GE</td></tr>
<tr><td>Durée épreuve
2h</td></tr>
<tr><td>Date épreuve
18.9.2013</td></tr>
</table>

I. Démontrez :

Quels que soient les nombres complexes non nuls z et z',

$$|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'| \text{ et } \arg(z \cdot z') = \arg(z) + \arg(z')$$

4 points

II. Considérez les nombres complexes :

$z_1 = \sqrt{3} - i$ $\qquad$ $z_2 = sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - i\,cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $\qquad$ $z_3 = 2ie^{i\frac{\pi}{3}}$

a) Ecrivez z_1, z_2 et z_3 sous forme exponentielle.

b) Déterminez la forme algébrique et une forme exponentielle de $Z = \frac{{z_3}^2}{z_2}$.

c) Déduisez-en la valeur exacte de $sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)$ et de $cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)$.

6+5+2 = 13 points

III. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$. Déterminez, pour chaque cas, l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifient les conditions suivantes :

a) $|\bar{z} - 2 + 3i| < 4$

b) $arg(3i - iz) = \frac{\pi}{4}$

3+4 = 7 points

IV. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$. Déterminez, par une méthode analytique, l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifient la condition suivante :

$$|z - 2i| = |z + 3i - 5|$$

4 points

V. L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne le système :

$$(S)\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 0 & P_1 \\ -x + 2y + z - 3 = 0 & P_2 \\ -x + 3y - 4z + 3 = 0 & P_3 \end{cases}$$

a) Sans déterminer la droite d'intersection, démontrez que les plans P_1 et P_2 sont sécants.

b) Déterminez une représentation paramétrique de la droite d'intersection *d* de P_1 et P_2.

c) Montrez que *d* est contenue dans le plan P_3.

d) Déduisez-en l'ensemble des solutions de (S).

e) Remplacez le plan P_3 par un plan Q de telle manière que (S) n'admette aucune solution. Justifiez.

2+3+4+1,5+2,5 = 13 points

VI. L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Considérez le point A(3 ; 2 ; -4) et le plan P : 2x – 4y + z = -2.

a) Montrez que A n'appartient pas à P.
b) Calculez la distance du point A au plan P.
c) Déterminez une équation de la sphère S de centre A et tangente au plan P.
d) Montrez que le point $B\left(\frac{55}{21}; \frac{58}{21}; -\frac{88}{21}\right)$ appartient à S. Déterminez une équation du plan Q tangent à S au point B.
e) Quelle est la position relative de P et Q ?

1+5+2+4+1=13 points

VII. L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Considérez les points A(-2 ; 5 ; 3), B(1; 3; 0) et C(0; 2; 6).

a) Déterminez la nature du triangle ABC.
b) Calculez l'amplitude des angles du triangle ABC.

2+4=6 points

Le Commissaire du Gouvernement,