MATHE II	Ministère de l'Education nationale et de la Formation professionnelle EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – Division technique générale **Section technique générale - Session 2012/2013**	
Épreuve **écrite**	*Branche*	*Division / Section*
Durée épreuve **2 h**	**Mathématiques II**	**GE**
Date épreuve 10. 6. 2013		

I. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
Démontrer le théorème suivant :
Soient A, B, C et D quatre points d'affixes respectives z_A, z_B, z_C et z_D telles que $z_A \neq z_B$ et $z_C \neq z_D$. Alors : $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) = \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right)$

[4 points]

II. Soit les nombres complexes suivants $z_1 = -\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z_2 = -\sin\frac{\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{3}$.

1. Ecrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
2. Donner une forme exponentielle de $Z = \frac{(z_1)^4}{z_2}$.
3. En déduire la forme algébrique de $\left(\overline{Z}\right)^3$.

[4+3+2=9 points]

III. Pour tout complexe z, on considère $P(z) = z^3 - (2+5i)z^2 + 5(1+2i)z - 25i$.

1. Déterminer deux nombres réels a et b, tels que, pour tout nombre complexe z, $P(z) = (z^2 + az + b)(z - 5i)$
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.

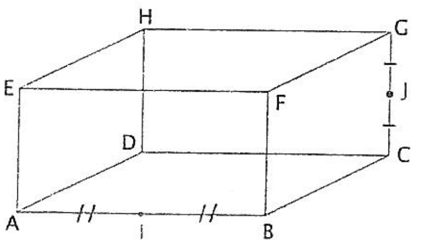
[3+3=6 points]

IV. Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. Dans chacun des cas suivants, déterminer l'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie la condition indiquée :

1. $|5 - iz| = |\overline{z} - 2 + i|$ 2. $arg(3 - i - z) = \frac{5\pi}{3}$

[4+3=7 points]

V.



$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle tel que : $AB = 2a$ et $BC = GC = a$.
I est le milieu de $[AB]$ et J est le milieu de $[CG]$.

1. Calculer en fonction de a : $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{JH} \cdot \overrightarrow{JD}$.
2. Déterminer à 0,1° près la mesure de l'angle géométrique
géométrique $\widehat{DJH}$.

[(1+2+4)+4=11 points]

Le Commissaire du Gouvernement,

VI. Dans un repère orthonormal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ de l'espace, on donne les points $A(-2; 3; -5)$, $B(2; 0; 3)$, $C(3; 6; 5)$, $D(-1; 2; -3)$ et $E(-5; 2; -1)$.

1. Prouver que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Prouver que le vecteur $\overrightarrow{DE}$ est normal au plan (ABC).
3. Déterminer une équation du plan (ABC) .
4. Déterminer le point d'intersection de la droite (DE) avec le plan $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

[2+3+2+4=11 points]

VII. Dans un repère orthonormal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ de l'espace, on considère le système suivant :

$$(S)\begin{cases} x - y + 3z = -1 & P_1 \\ -3x + 2y + z = 4 & P_2 \\ 2x - y - 4z = -3 & P_3 \end{cases}$$

1. a) Démontrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants sans déterminer leur intersection.
   b) On note d la droite d'intersection des deux plans. Préciser un point et un vecteur directeur de d.
2. Démontrer que d est contenue dans P_3.
3. Déduire l'ensemble des solutions de (S).

[(2+5)+3+2=12 points]

Le Commissaire du Gouvernement,