Ministère de l'Education nationale et de la Formation professionnelle

EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Régime technique – Division technique générale

1re Session 2011

BRANCHE : Mathématiques II

DATE : 9 juin 2011 Repêchage *DUREE : 2h15min*

Question 1 *(8 points)*

Démontrer que, si f est une fonction continue sur un intervalle I et a est un réel de I,

alors la fonction F définie sur I par $\mathrm{F}(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ est l'unique primitive de f sur I telle que $\mathrm{F}(a) = 0$.

Question 2 *(3+2+6=11 points)*

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^3+3x^2}{2-x}$ sur $]-\infty; 2[$.

a) Déterminer les réels a, b, c et d tels que, pour tout $x < 2$, $f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{2-x}$.

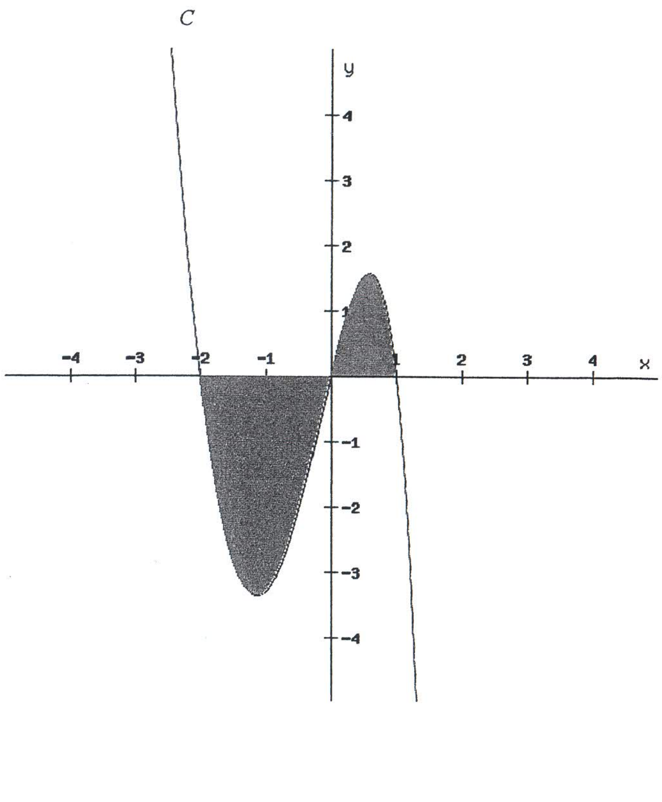
b) En déduire une primitive F de f sur $]-\infty; 2[$.

c) g est la fonction définie sur $]-\infty; 2[$ par

$g(x) = (3x^2 + 6x)\ln(2 - x)$

et *C* est sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

A l'aide d'une intégration par parties et en utilisant les résultats précédents, calculer, en u.a., l'aire du domaine foncé.



Question 3 *(6 points)*

Calculer l'intégrale suivante :

$\mathrm{I} = \int_0^{\pi} e^{1-t} \cos(2t)dt.$

Question 4 *((3+4)+3=10 points)*

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

a) A tout complexe z, $z \neq 2i$, on associe $Z = \frac{z+i}{z-2i}$.

1) Déterminer, par une méthode géométrique, l'ensemble E_1 des points M d'affixe z tels que M′ d'affixe Z soit sur le cercle de centre O et de rayon 1.

2) Déterminer, par une méthode analytique, l'ensemble E_2 des points M d'affixe z tels que Z soit imaginaire pur.

b) Déterminer et représenter l'ensemble F des points M d'affixe z tels que $\arg(\bar{z} - 3 + i) = \frac{5\pi}{6}$.

Question 5 *(3+3+3+3=12 points)*

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

On note A, B, C, D les points d'affixes respectives :

$a = 2$; $b = 2\,e^{i\frac{\pi}{3}}$; $c = 3 + \sqrt{3}\,i$; $d = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

a) Ecrire c sous forme exponentielle. Ecrire b sous forme algébrique.

b) Démontrer que le quadrilatère OACB est un losange.

c) Démontrer que les points A, C et D sont alignés.

d) Ecrire $\frac{d}{d-a}$ sous forme algébrique. En déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DO})$.

Question 6 *(7+3+3=13 points)*

Dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points A(1 ; 0 ; -1), B(2 ; 3 ; -1) et C(1 ; -2 ; 1) ainsi que le plan P d'équation cartésienne $3x + y - z - 2 = 0$.

a) Vérifier que la droite (AB) n'est pas perpendiculaire au plan P, puis donner une équation du plan Q perpendiculaire à P qui passe par les points A et B.

b) Donner une équation du plan médiateur de [AB].

c) Déterminer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ACB}$, à 10^{-2} près.