



Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle  
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES  
Régime technique – Division technique générale  
Session 2009

**BRANCHE :** *Mathématiques II*

**DATE :** *10 juin 2009*

**DURÉE :** 2h15

I. Démontrer que, si  $f$  est une fonction continue sur un intervalle  $I$  et  $a$  est un réel de  $I$ , alors la fonction  $F$  définie sur  $I$  par  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$  est l'unique primitive de  $f$  sur  $I$  telle que  $F(a)=0$ .

(8 points)

II. a) Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que :  $\forall x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}, \frac{x^2 - 1}{2x - 1} = ax + b + \frac{c}{2x - 1}$

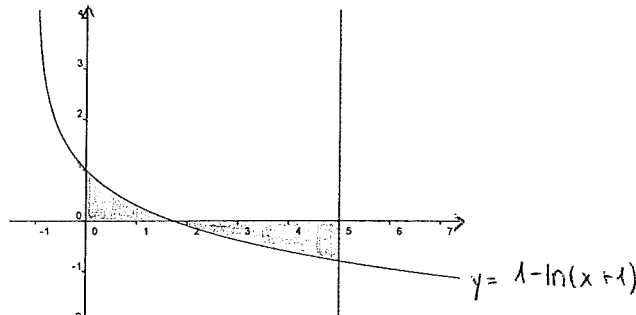
b) En déduire la valeur de l'intégrale  $\int_{-1}^0 \left( \frac{x^2 - 1}{2x - 1} \right) dx$ .

(3+3=6 points)

III.

a) Calculer l'intégrale :  $\int_0^{e^2-1} \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1+x}} dx$ .

b) Calculer, en unités d'aires, l'aire du domaine coloriée.



(6+10=16 points)

IV. On pose :  $z_1 = -1 - i$ ,  $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$  et  $Z = z_1 z_2$ .

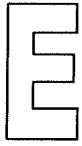
a) Écrire  $z_1$ ,  $z_2$  et  $Z$  sous forme exponentielle.

b) Déterminer la forme algébrique de  $Z$ .

c) En déduire les valeurs exactes de  $\cos \frac{11\pi}{12}$  et  $\sin \frac{11\pi}{12}$ .

(4+1+2=7 points)





Ministère de l'Éducation Nationale et de la Formation Professionnelle  
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES  
Régime technique – Division technique générale  
Session 2009

V. 1) Dans chacun des cas suivants, déterminer et représenter l'ensemble des points M dont l'affixe z satisfait à la condition indiquée :

a)  $|2 - iz| = |z + 5|$

b)  $\arg\left(\frac{1}{iz}\right) = \pi$

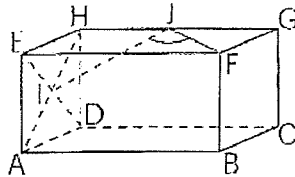
2) a) Déterminer géométriquement l'ensemble  $\Gamma$  des points M(z) dont l'affixe z vérifie la condition :

$$\left| \frac{z}{z+1} + \frac{i}{4} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

b) Reprendre la question a) par une méthode analytique.

(6+4=10 points)

VI. ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que AD=AE=1 cm et AB=2 cm. I est le centre du carré ADHE et J est le milieu du segment [GH].



Déterminer la mesure au dixième de degré près de l'angle  $\widehat{IJF}$ .

(7 points)

VII. L'espace est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On donne les points A(-1 ; 2 ; -1) et B(1 ; 0 ; 2) et le plan P:  $2x - y + z + 3 = 0$ . Après avoir vérifié que la droite (AB) n'est pas perpendiculaire au plan P, donner une équation du plan Q perpendiculaire à P et qui passe par les points A et B.

(6 points)

