

ÉPREUVE ÉCRITE
Ministère de l'Éducation nationale
et de la Formation professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Division technique générale
Section GE

BRANCHE: Mathématiques II

SESSION: 1^{re} 2008

DATE: 2/06/08

DURÉE: 2h15min

Question 1 5 points

Démontrez: Quels que soient les nombres complexes non nuls z et z' :

1. $|zz'| = |z| \cdot |z'|$ et 2. $\arg(zz') = \arg z + \arg z' \pmod{2\pi}$

Question 2 10 points (5+3+2)

On pose $z_1 = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ et $z_2 = -\sqrt{3} + i$.

1. Écrivez z_1 , z_2 et $\frac{z_1}{z_2}$ sous forme exponentielle.
2. Donnez la forme algébrique de $\frac{z_1}{z_2}$.
3. Déduisez-en les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$.

Question 3 10 points (2+2+2+4)

Le plan complexe est muni d'un repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ orthonormal direct.

1. Déterminez et représentez l'ensemble Γ_1 des points M dont l'affixe z satisfait la condition $|5i - \bar{z}| = 2$.
2. Déterminez et représentez l'ensemble Γ_2 des points M dont l'affixe z satisfait la condition $\arg(3 - z) = \frac{5\pi}{6}$.
3. Déterminez et représentez l'ensemble Γ_3 des points M dont l'affixe z satisfait la condition $|z - 3 + 2i| = |z|$.
4. Déterminez et représentez l'ensemble Γ_4 des points M d'affixe z tels que $\frac{z - 3i}{z + 2i}$ soit un réel.



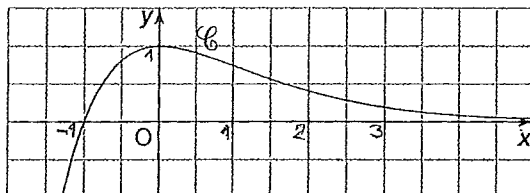
1/2

Question 4 10 points (5+5)

1. Démontrez: Si u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I , telles que leurs dérivées u' et v' sont continues sur I , alors pour tous réels a et b de I :

$$\int_a^b u(t)v'(t)dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t)dt$$

2. La figure ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormal de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x+1)e^{-x}$.



Calculez l'aire (en u.a.) du domaine compris entre la courbe, l'axe des abscisses, et la droite d'équation $x = 3$.

Question 5 15 points (4+6+5)

1. Déterminez deux réels a et b tels que $\frac{e}{x(x+e)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+e}$. Calculez ensuite

$$I = \int_1^e \frac{e}{x(x+e)} dx$$

2. Linéarisez $\cos^4 x$, puis calculez

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx$$

3. On considère les intégrales

$$K = \int_{-1}^0 \frac{1}{1+e^{-x}} dx \quad \text{et} \quad L = \int_{-1}^0 \frac{1+2e^{-x}}{1+e^{-x}} dx$$

Calculez $K+L$ et $K-L$, puis déduisez-en K et L .

Question 6 10 points (4+3+3)

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on donne les points $A(3; 0; 4)$ et $B(-1; 2; 0)$ ainsi que le plan P_1 d'équation cartésienne $2x - z = 0$.

- Est-ce que la droite (AB) est perpendiculaire au plan P_1 ? Est-elle parallèle au plan P_1 ?
- Déterminez une équation cartésienne du plan médiateur P_2 du segment $[AB]$.
- Est-ce que les plans P_1 et P_2 sont parallèles? sécants? perpendiculaires?



Handwritten signature and the number 2/2.