EPREUVE ÉCRITE

Ministère de l'Education nationale
et de la Formation professionnelle

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Division technique générale

Section (s): GE

BRANCHE : Mathématiques II

SESSION : mai-juin 2007 DATE : 11 juin 2007 DURÉE 2 h 15 min

Exercice 1 **(5 + 5 + 2 = 12 points)**

(a) Démontrez que:

f est une fonction continue sur un intervalle I, F est une primitive quelconque de f sur I, a et b sont deux réels de I. Alors: $\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$

(b) Démontrez que:

Dire que «deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux» équivaut à dire que: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

(c) Déterminez une primitive de la fonction f définie par $f(x) = 2\sin 3x + e^{-2x} - \frac{6}{\sqrt{2-x}}$ sur $I =]-\infty; 2[$.

Exercice 2 **(5 + 3 + 1 = 9 points)**

Soit $z_1 = -3 + i\sqrt{3}$, $z_2 = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$ et $z_3 = -4e^{i\frac{3\pi}{4}}$.

(a) Ecrivez z_1, z_2 et z_3 sous forme exponentielle.

(b) Déduisez-en une forme exponentielle de $Z = \frac{z_1^3 z_3^4}{z_2^6}$.

(c) Calculez ensuite la forme algébrique de Z.

Exercice 3 **(6 + 2 + 3 = 11 points)**

Le plan complexe est muni d'un repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ orthonormal direct.
Les points A, B et C ont pour affixes respectives $2 + 2i$, -4 et $-2i$.

(a) Calculez les longueurs AC et BC.

Déterminez une mesure de l'angle $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$.

Déduisez-en la nature du triangle ABC.

(b) Calculez l'affixe du point D pour que $ADBC$ soit un carré.

(c) Déterminez l'ensemble des points $M(z)$ dont l'affixe vérifie la condition $\arg(2 + 2i - z) = \frac{\pi}{3}$

Le commissaire du Gouvernement,

EPREUVE ÉCRITE

Ministère de l'Education nationale
et de la Formation professionnelle

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Division technique générale

Section (s): GE

Exercice 4 **(3 + 3 + 5 = 11 points)**

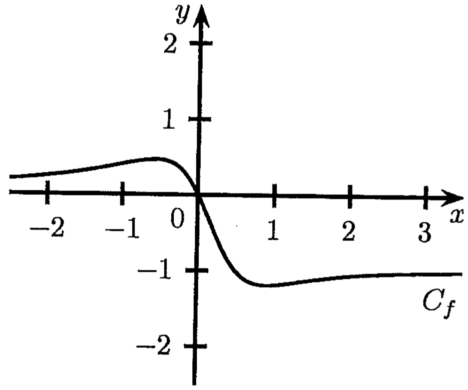
(a) Déterminez trois réels a, b et c tels que $\forall x \in \mathbb{R} - \{0;1\}$, $\dfrac{1}{x(1-x)^2} = \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{1-x} + \dfrac{c}{(1-x)^2}$.

(b) Calculez $I = \displaystyle\int_2^3 \frac{dx}{x(1-x)^2}$.

(c) A l'aide d'une intégration par parties, calculez $J = \displaystyle\int_2^3 \frac{\ln x}{(1-x)^3}\,dx$ en fonction de I, puis déterminez J.

Exercice 5 **(7 points)**

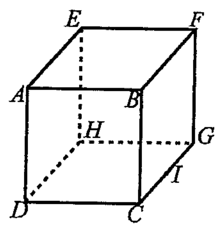
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1-e^{2x}}{e^{2x}-2x}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal.
Déterminez l'abscisse du point d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses et calculez l'aire (en u.a.) de la surface comprise entre la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 2$.



Exercice 6 **(3 + (4 + 3) = 10 points)**

1) $ABCDEFGH$ est un cube d'arête a et I est le milieu de $[CG]$.

Calculez $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{IH}$ en fonction de a.



2) L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.
On donne les points $A(1;-2;4)$, $B(-3;0;2)$ et $C(3;1;-1)$.

(a) Déterminez une valeur approchée à 10^{-2} près de la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

(b) Déterminez une équation du plan médiateur de $[AC]$.

Le commissaire du Gouvernement,