Juni 2003

Ministère de l'Education nationale, de la Formation professionnelle et des Sports

EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Régime technique – Division technique générale

Session 2003

BRANCHE : Mathématiques II

DATE : 11. 06. 03 *DUREE :* 2 h 15 min

I. Soient deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de coordonnées respectives (x,y,z) et (x',y',z') dans une base orthonormale directe de l'espace $\left(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

Démontrez que le vecteur $\vec{u} \wedge \vec{v}$ a pour coordonnées dans cette base (yz'-y'z , x'z-xz' , xy'-x'y)

8 points

II. 1) On donne les nombres complexes suivants: $z_1 = -6 - 2\sqrt{3}\,i$
$z_2 = -3 + 3i$

a) Ecrivez z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

b) Calculez $z_1^2 \cdot z_2^{-3}$ sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

c) En déduire $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

2) Soit $Z' = \frac{z-3}{z-2i}$ avec $z \in \mathbb{C} - \{2i\}$.

a) Si z = x + i y et Z' = X' + i Y' alors exprimez X' et Y' en fonction de x et y.

b) On donne les deux ensembles E et F suivants:

$$E = \{M(x,y) \,/\, Z' \in \mathbb{R}\}$$
$$F = \{M(x,y) \,/\, Z' \in i\mathbb{R}\}$$

Déterminez ces deux ensembles et indiquez leurs propriétés.

12 points ~~(2+4+3+3)~~
2+2+2+3+3

III. A, B et C sont les points d'affixes respectives:

$$z_A = -1 + 2i\,,\; z_B = 3 - i\,,\; z_C = 2 + 6i$$

1) Calculez les affixes des vecteurs: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$.

2) Calculez les longueurs AB, AC et BC en utilisant les résultats de III.1)

3) Le triangle ABC est-il rectangle en A?
Quelle autre propriété a le triangle ABC?

3+2+2
7 points ~~(3+4)~~

Le Commissaire du Gouvernement,

EDUCATION NATIONALE, FORMATION PROFESSIONNELLE ET SPORTS * G.D. DE LUXEMBOURG *

Juni 2003

Ministère de l'Education nationale, de la Formation professionnelle et des Sports

EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Régime technique – Division technique générale

Session 2003

BRANCHE : Mathématiques II

DATE : *DUREE : 2 h 15 min*

IV. 1) Calculez les deux intégrales suivantes:

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x \, dx$

b) $J = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \cos^3 x \, dx$

2) Soit la fonction f définie par: $f(x) = \frac{2x+3}{x(x^2+x-2)}$ si $x \in \mathbb{R} - \{-2; 0; 1\}$

a) Ecrivez f(x) sous la forme: $\frac{a}{x+2} + \frac{b}{x} + \frac{c}{x-1}$

b) Calculez l'intégrale: $K = \int_3^4 f(x) \, dx$

13 points (5+2+4+2)

V. Soit la fonction g définie par: $g(x) = e^x(x-2)$

a) Faire la représentation graphique C_g.

b) Déterminez l'aire comprise entre C_g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 2.

9 points (6+3)

VI. 1) Dans un repère orthonormal direct de l'espace on donne les 4 points suivants:

$A(2; 4; -1) \quad B(3; -1; -4) \quad C(1; -2; -1) \quad D(-1; -3; 2)$

a) Calculez tous les côtés du triangle ABC et la mesure des angles $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$.

b) Déterminez l'équation du plan Q perpendiculaire au plan P d'équation 4x-3y+2z+1=0 et passant par le spoints C et D.

2) Dans ce même repère on donne les vecteurs:

$\vec{u}(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}; 0)$ et $\vec{v}(\frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{\sqrt{6}}{3})$

a) Vérifiez si ces deux vecteurs sont unitaires et orthogonaux l'un à l'autre.

b) Déterminez les coordonnées du vecteur $\vec{w}$ pour que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ soit une base orthonormale directe.

11 points ~~(4+5+2)~~

4+5+1+1

Le Commissaire du Gouvernement,