Code branche	Ministère de l'Education nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – **Session 2013/2014**	
MATHE I		
Épreuve **écrite**	Branche **Mathématiques I**	Division / Section **GE GI**
Durée épreuve **3h**		
Date épreuve 18/09/2014		

Question I (5+4+1 = 10 points)

a) Démontrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

b) Démontrer que : La fonction ln est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $\forall x \in]0\,;+\infty[$: $(ln)'(x) = \frac{1}{x}$

c) Démontrer que : $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\ln x}{x-1} = 1$

Question II (3+13 = 16 points)

Partie A : Résoudre l'inéquation : $2\,e^{2x} - 12\,e^{x} + 10 \geq 0$

Partie B : (3+4,5+1,5+4=13 points)

Soit f la fonction définie, sur $\mathbb{R}$, par : $f(x) = e^{2x} - 12e^{x} + 10x + 11$.

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) Déterminer les limites de f aux bornes du domaine de définition. Interpréter le résultat graphiquement.

2) Démontrer que la courbe admet une asymptote oblique Δ en $-\infty$. Etudier la position de Δ par rapport à $\mathcal{C}_f$ sur $]-\infty; 0]$.

3) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

4) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[2; 3]$. Déterminer une valeur approchée de α par défaut à 10^{-2} près.

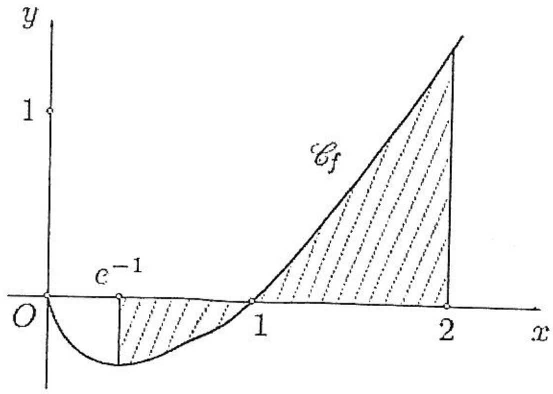
5) Tracer Δ et $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthogonal (unités : 5 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées)

Question III (4 points)

Résoudre l'inéquation : $1 + \ln\left(\dfrac{2x}{1-x}\right) < \ln\left[e(x+1)\right]$

Le Commissaire du Gouvernement

Question IV (8 points)



Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = x \cdot lnx$. Elle est représentée par $\mathcal{C}_f$ dans le repère orthonormé ci-dessous.

Calculer l'aire $\mathcal{A}$, exprimée en u.a., du domaine hachuré ci-contre (délimité par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = e^{-1}$ et $x = 2$).

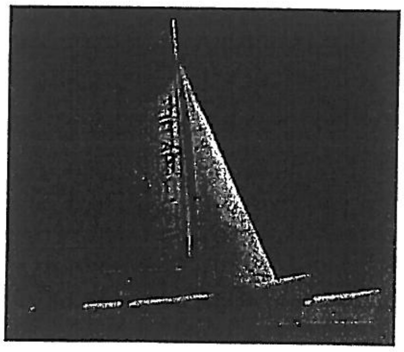
Question V (2+3 = 5 points)

Calculer les intégrales suivantes :

a) $\displaystyle\int_e^{e^2} \frac{1}{t \cdot ln^2(t)} dt$

b) $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \cos^3(\pi t) dt$

Question VI (1+4+2 = 7 points)



La photo ci-contre représente un catamaran de course. Le sponsor souhaite faire apparaître son logo sur la voile en position verticale comme le montre la photo ci-contre et que son logo soit le plus visible possible.

La voile est représentée par un triangle ABC, rectangle en B, tel que $AB = 6m$ et $BC = 18m$.

E étant un point du segment [AC]. L et U étant les projetés orthogonaux de E respectivement sur [AB] et [BC], définissant ainsi le rectangle BLEU. On pose $AL = x$ avec $x \in]0; 6[$.

1) Tracer une figure de la situation.

2) Montrer que l'aire du rectangle BLEU peut s'écrire : $A(x) = 18x - 3x^2$

3) Déterminer la position exacte du point L sur le segment [AB] de sorte que l'aire du rectangle soit maximale.

Question VII (10 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{3x} - 2x + 1$

C_f est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

Combien de tangentes à C_f passent par le point $A\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$?