Code branche	Ministère de l'Education nationale et de la Formation professionnelle EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – Division technique générale **Session 2012/2013**	
MATHE I		
Épreuve **écrite**	*Branche*	*Section*
Durée épreuve **3 heures**	**Mathématiques I**	**GE / GI**
Date épreuve 23 mai 2013		

Question 1 *(4+2+2=8 points)*

Démontrer :

1) Pour tout réel a et tout réel b, $\exp(a+b) = \exp a \cdot \exp b$.

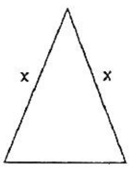
2) Pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$, $\ln ab = \ln a + \ln b$.

3) Pour tout entier $n, n \geq 1$, $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$.

Question 2 *(4+3=7 points)*

Un triangle isocèle a un périmètre de 1 dm.

La mesure des deux côtés de même longueur est x (en dm).



1) Indiquer les valeurs possibles de x (déterminer le domaine sans justification)

et montrer que l'aire du triangle est donnée par $A(x) = \left(\frac{1}{2} - x\right)\sqrt{x - \frac{1}{4}}$.

2) Déterminer x pour que l'aire du triangle soit maximale.

Question 3 *(3 points)*

Soient a et b deux réels. On note f la fonction définie sur IR-{-1} par $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x+1}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

Déterminer les réels a et b tels que la tangente à C au point d'abscisse 0 ait pour équation : $y = -4x + 1$.

Question 4 *(2 points)*

Résoudre dans IR l'équation suivante : $e^x + 6e^{-x} = 5$.

Question 5 *(2+3+4+3=12 points)*

f est la fonction définie sur $\mathrm{I} =]-1; +\infty[$ par $f(x) = x + 1 - \ln \frac{x+1}{x+3}$ et C est sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(0; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité : 2 cm).

1) Déterminer les limites de f aux bornes de I et interpréter graphiquement.
2) Montrer que la droite d d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à C, puis étudier la position de C par rapport à d.
3) Dresser le tableau de variations de f.
4) Tracer d et C.

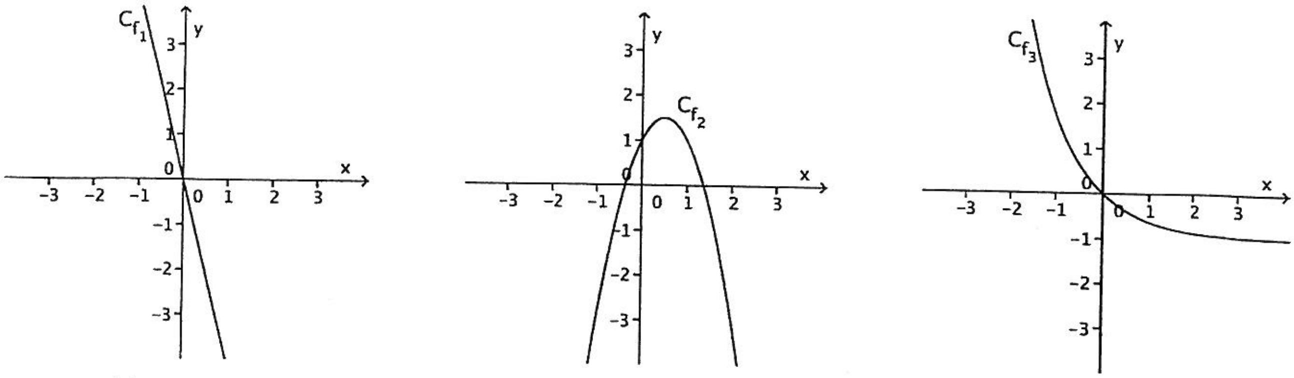
Question 6 *(3+1+7=11 points)*

f est la fonction définie sur IR par $f(x) = x + (1-x)e^{2x}$.

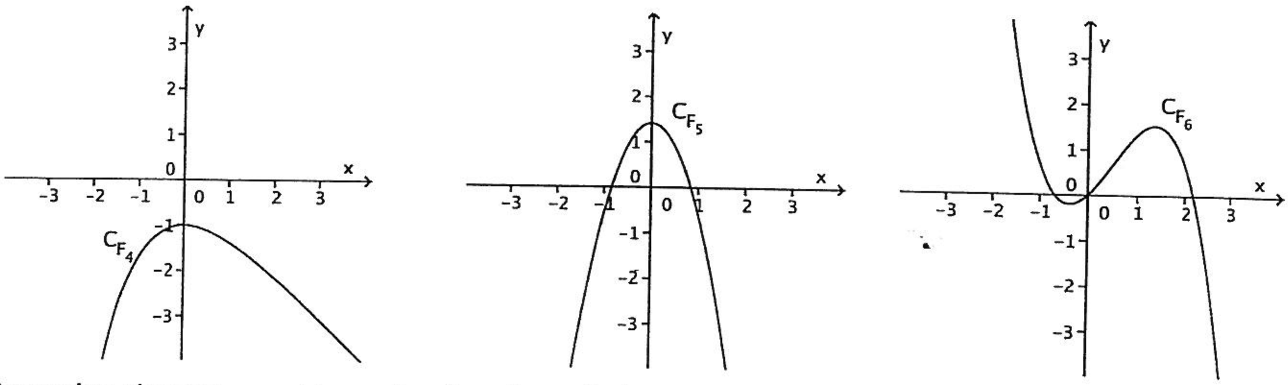
1) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2) Calculer la dérivée de f.
3) Dresser le tableau de variations de f.

Question 7 *(2 points)*

Voici les représentations graphiques de trois fonctions :



Les graphiques suivants représentent des primitives des trois premières fonctions :



Associer chaque graphique des fonctions f_1, f_2 et f_3 au graphique d'une de ses primitives. Justifier.

Question 8 *(3+1=4 points)*

Soient les intégrales suivantes :

$$\mathrm{I} = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{\cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x}\,dx \quad \text{et} \quad \mathrm{J} = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{\sin 2x}{\sin 2x + \cos 2x}\,dx$$

1) Calculer $\mathrm{I} + \mathrm{J}$ et $\mathrm{I} - \mathrm{J}$.

2) En déduire les valeurs exactes de I et de J.

Question 9 *(4 points)*

Calculer l'intégrale suivante à l'aide d'une double intégration par parties :

$\mathrm{K} = \int_0^{-\pi} e^{-x/2} \sin x \, dx$.

<u>Question 10</u> *(3+4=7 points)*

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;3[$ par $f(x)=\frac{x^2+2x}{3-x}$.

1) Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout $x<3$, $f(x)=ax+b+\frac{c}{3-x}$.

   En déduire une primitive F de f sur $]-\infty;3[$.

2) g est la fonction définie sur $]-\infty;3[$ par $g(x)=-(x+1)\ln(3-x)$.

   Ci-dessous on a représenté une partie de sa courbe dans un repère orthonormal.

   A l'aide d'une intégration par parties et en utilisant les résultats précédents, calculer, en u.a., l'aire du domaine gris.