Code branche	Ministère de l'Education nationale et de la Formation professionnelle EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – Division technique générale **Section technique générale - Session 2012/2013**	
MATHE I		
Épreuve **écrite**	*Branche*	*Division / Section*
Durée épreuve **3h**	**Mathématiques I**	**GE GI**
Date épreuve 10 juin 2013		

Question I (4+5 = 9 points)

a) Démontrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ b) Démontrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

Question II ((2+3)+(3+2+2+3) = 15 points)

1) On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = x^2 - 2 \cdot \ln(x)$

a) Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$.

b) Dresser le tableau de variations de g et en déduire le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$.

2) On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1+\ln(x)}{x}$.

C_f est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal.

a) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$ et interpréter graphiquement.

b) Montrer que la droite (d) d'équation $y = \frac{x}{2}$ est asymptote oblique à la courbe C_f et déterminer la position de C_f par rapport à (d) sur $]0;+\infty[$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

d) Tracer la courbe C_f et la droite (d) (Unité : 2cm).

Question III (4 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\ln\left(\dfrac{x+3}{2}\right) = \dfrac{1}{2}(\ln x + \ln 3)$

Question IV ((1+1+2)+(8+2) = 14 points)

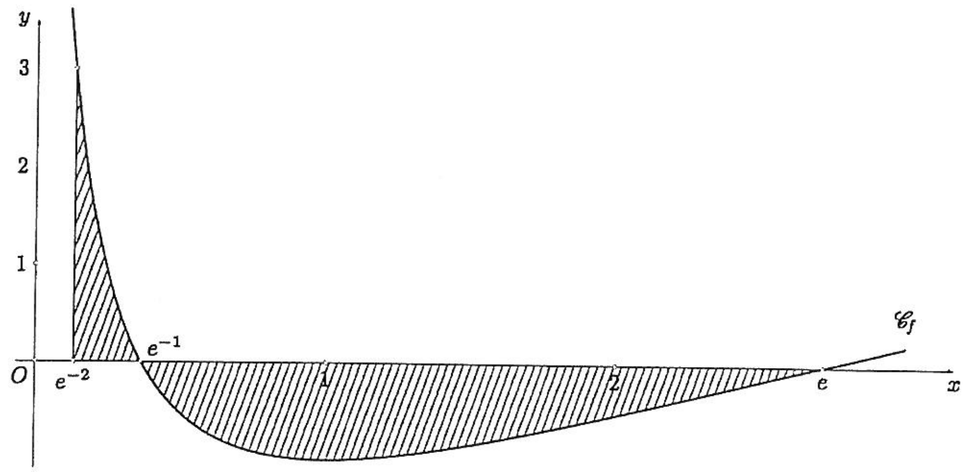
1) Calculer les intégrales suivantes :

$$a)\ \int_1^2 \frac{1}{1-2t}\,dt$$

$$b)\ \int_1^4 \frac{e^{3\sqrt{t}}}{\sqrt{t}}\,dt$$

$$c)\ \int_0^1 sin^3(\pi t)\,dt$$

2) Considérons la fonction f *définie sur* $I =]0;+\infty[$ par $f(x) = ln^2(x) - 1$. Elle est représentée par $\mathcal{C}_f$ dans le repère orthogonal ci-dessous.



Posons, pour tout $x \in I$: $F(x) = \int_{e^{-1}}^{x} f(t)dt$

a) Montrer par une double intégration par parties que la fonction F est donnée par :

$$F(x) = x(\ln(x) - 1)^2 - \frac{4}{e}$$

b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$, exprimée en u.a., du domaine hachuré ci-dessus.

Question V (0,5+4,5+3 = 8 points)

Quel doit être le rayon d'une boîte de conserve cylindrique de volume a fixé (donc a est une constante strictement positive) pour économiser le plus de métal ?

On note : $\mathcal{A}$ l'aire totale de la boîte ; R le rayon de la base ; h la hauteur de la boîte.

On ne tient pas compte de l'épaisseur du métal et des soudures, la quantité de métal utilisée est proportionnelle à l'aire $\mathcal{A}$ de la boîte.

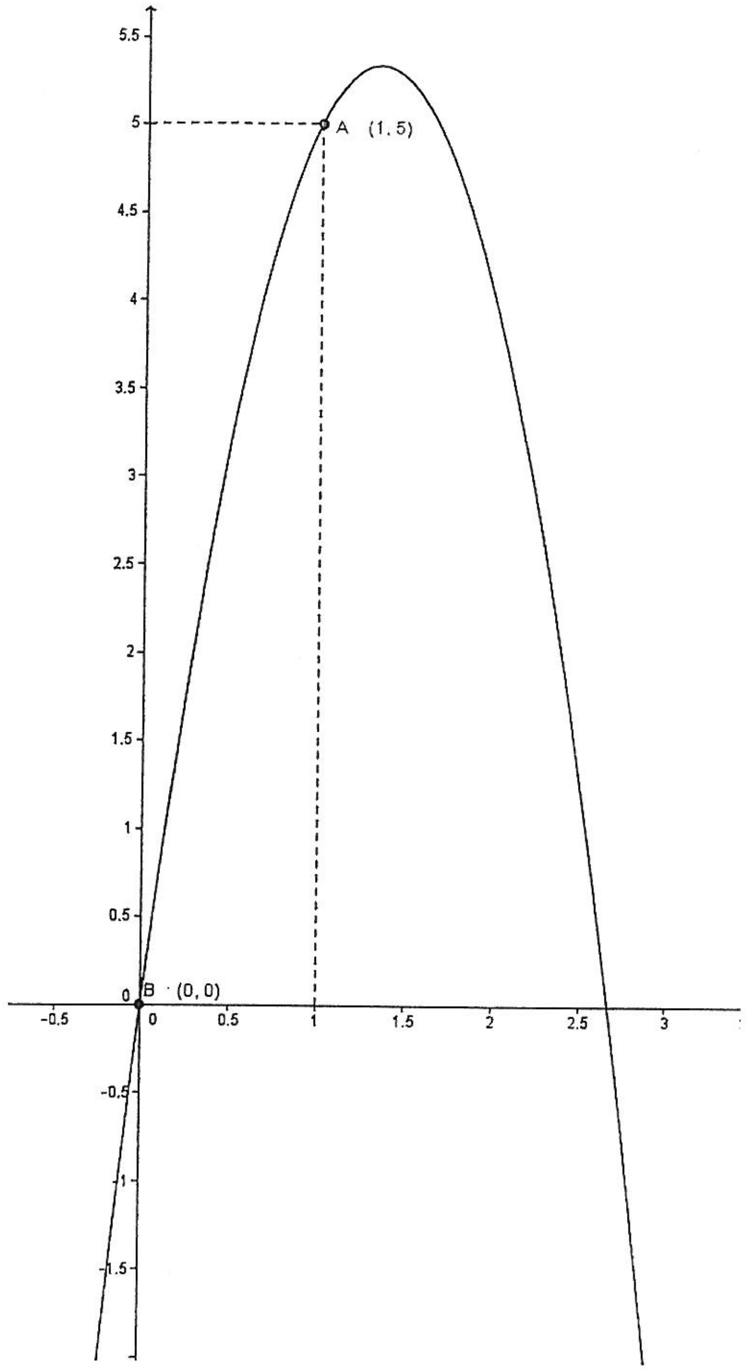
a) Quelles sont les valeurs possibles de R (sans justification)?

b) Démontrer que l'aire $\mathcal{A}$ de la boîte en fonction du rayon R est définie par $\mathcal{A}(R) = 2\pi R^2 + \frac{2a}{R}$

c) Quel doit être le rayon R (en fonction de a) pour économiser le plus de métal possible ?

Le Commissaire du Gouvernement,

Question VI (2,5+7,5 = 10 points)



Soit f une fonction polynôme du troisième degré définie sur $]-\infty; +\infty[$ par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ avec $a \in \mathbb{R}^*$, $b, c, d \in \mathbb{R}$.

On donne ci-contre la représentation graphique de la fonction dérivée de f.

a) Donner le tableau de variation de f.

b) On donne également les informations suivantes : $f(0) = 2$ et $f(1) = 5$.

Sachant que $f(0) = 2$ et $f(1) = 5$, déterminer l'expression de la fonction f (c'est-à-dire chercher les valeurs de a, b, c et d).