LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES 2017

BRANCHE	SECTION(S)	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques	**SO**	*Durée de l'épreuve* **2 heures**
		Date de l'épreuve 12/06/2017
		Numéro du candidat

Exercice 1 : (3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 2 = 13 points)

Arrondir tous les résultats au millième près

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la moyenne annuelle du nombre de frontaliers (exprimé en milliers) non-résidents au Grand-Duché de Luxembourg. (Source : STATEC)

Année	2001	2003	2005	2006	2007	2008	2010
Nombre de frontaliers	100,1	108,8	121,2	129,0	139,2	149,4	151,9

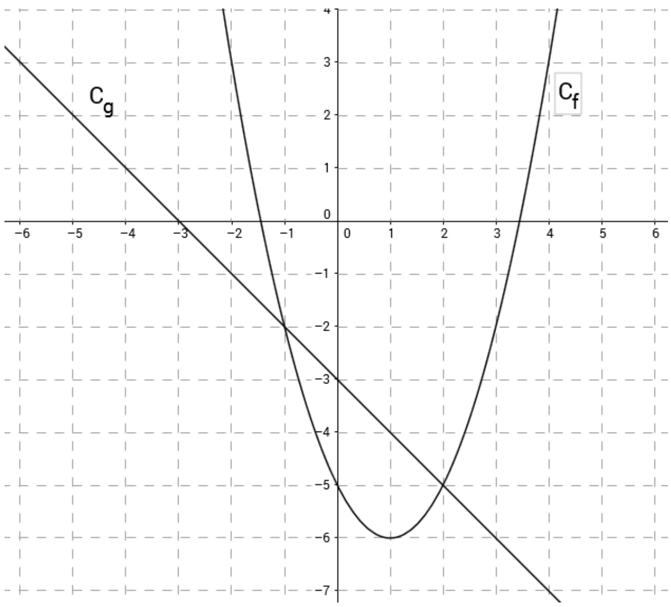
(Pour 2001, prendre $x = 1$; pour 2002, prendre $x = 2$, etc.)

1. Construire le nuage de points associé à la série statistique dans un repère orthogonal :
   - 1 cm pour 1 année sur l'axe des abscisses ;
   - 1 cm pour 10 milliers de frontaliers sur l'axe des ordonnées (on commencera la graduation à 90).
2. Vérifier qu'un ajustement affine est valable.
3. Calculer les coordonnées du point moyen G et placer-le sur le graphique.
4. Donner une équation de la droite des moindres carrés, puis tracer cette droite sur le graphique précédent.
5. Si la tendance observée se maintient, quel sera le nombre de frontaliers non-résidents en 2020 ?
6. Quelle est l'augmentation (en %) du nombre de frontaliers de l'an 2001 à l'an 2010 ?

<u>Exercice 2 :</u> (1 + 3 + 4 = 8 points)

Soient les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ suivantes : $f(x) = x^2 - 2x - 5$ et $g(x) = -x - 3$.

Sur le graphique ci-dessous se trouvent les courbes représentatives de f et de g notées respectivement C_f et C_g.



1. Déterminer **<u>graphiquement</u>** la (ou les) racines de g.
2. Résoudre **<u>algébriquement</u>** $f(x) < -2$.
3. Déterminer **<u>algébriquement</u>** les positions relatives de la courbe de f par rapport à celle de g sur $\mathbb{R}$.

<u>Exercice 3 :</u> (1 + 2 + 3 + 3 = 9 points)

Une entreprise fait une étude sur la vente de sa production de calculatrices. Elle fabrique entre 0 et 30 calculatrices par jour.

Le coût de production de x calculatrices fabriquées est modélisé par la fonction C donnée par

$$C(x) = x^2 - 2x + 57.$$

On note R(x) la recette, en euros, correspondant à la vente de x calculatrices fabriquées. Une calculatrice est vendue à 20 €.

1. Exprimer R(x) en fonction de x.
2. Vérifier que le bénéfice, en euros, réalisé par l'entreprise est donné par la fonction B dont l'expression est $B(x) = -x^2 + 22x - 57$.
3. Déterminer le nombre de calculatrices à vendre pour que le bénéfice soit positif ? Justifier par un calcul.
4. Déterminer le nombre de calculatrices à vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?

<u>Exercice 4 :</u> (6 + (1 + 1 + 3) = 11 points)

1. Résoudre **<u>graphiquement</u>**, en prenant 0,5 cm comme unité, le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 16x + 8y \leq 232 \\ 4x + 12y \leq 168 \\ y \leq 2x \end{cases}$$

2. Une usine fabrique deux types de câbles. Pour produire un câble du type A, on a besoin de 16 kg de plastique et de 4 kg de cuivre et pour produire un câble du type B, il faut 8 kg de plastique et 12 kg de cuivre. L'usine produit au plus deux fois plus de câbles du type B que du type A.

   En outre, elle a actuellement 232 kg de plastique et 168 kg de cuivre en stock.

   Un câble du type A est vendu à 150 € par 100 m, tandis qu'un câble du type B est vendu à 100 € par 100 m.

   a) Sachant que le système résolu à la question précédente représente la situation de l'usine, identifier les variables x et y.

   b) Déterminer l'expression de la fonction « recette », notée R.

   c) Combien de câbles de 100 m de chaque type, l'usine doit-elle vendre pour maximiser sa recette ? Quelle est alors cette recette maximale ?

<u>Exercice 5 :</u> (3 + 1 + 2 + 3 = 9 points)

<u>Donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.</u>

La ville française de Grasse est considérée comme la capitale mondiale du parfum. Trois usines sont en charge de produire le nouveau parfum « Infinity ».

L'usine A est responsable de 30 % de la production totale, l'usine B de 50 % et l'usine C du reste.

Lors de la production, le bon dosage est très important. En effet, il se peut que la bonne odeur ne soit pas mise assez en valeur ou qu'une fragrance domine trop les autres.

La probabilité que, dans l'usine A, le dosage soit idéal est de 60 %. Dans l'usine B, cette probabilité est égale à 75 % et dans l'usine C, elle est de 65 %.

1. Construire un arbre pondéré qui représente cette situation et inscrire sur chaque branche la probabilité associée.

Julie achète un flacon de ce parfum dans une parfumerie luxembourgeoise.

2. Quelle est la probabilité que ce flacon ait été fabriqué dans l'usine A et que le dosage soit idéal ?
3. Quelle est la probabilité que le dosage du parfum soit idéal ?
4. Quelle est la probabilité que ce parfum ait été fabriqué dans l'usine C, sachant que le dosage n'est pas approprié ?

<u>Exercice 6 :</u> (2 + 3 = 5 points)

<u>Arrondir les résultats au millième près.</u>

Dans une école on veut voter un nouveau comité de 5 élèves. 12 filles et 10 garçons ont déposé leur candidature. Chacun note son nom sur une carte et la place dans une urne. Le directeur tire simultanément 5 cartes.

Déterminer la probabilité des événements suivants :

1. A : « le nouveau comité est composé de 3 filles et de 2 garçons » ;
2. B : « le nouveau comité n'est composé que d'élèves du même sexe ».

<u>Exercice 7 :</u> (2 + 3 = 5 points)

<u>Arrondir les résultats au millième près.</u>

5% des processeurs d'ordinateurs produits en série sont défectueux. Les processeurs sont placés au hasard dans des paquets de 15.

Un paquet est choisi au hasard. Déterminer la probabilité des événements suivants :

1. A : « le paquet contient exactement trois processeurs défectueux » ;
2. B : « le paquet contient au moins deux processeurs défectueux ».