LE GOUVERNEMENT
DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG
Ministère de l'Éducation nationale,
de l'Enfance et de la Jeunesse

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
2017

BRANCHE	SECTION	ÉPREUVE ÉCRITE
Mathématiques 2	**GE**	*Durée de l'épreuve* 2h
		Date de l'épreuve 13/06/2017
		Numéro du candidat

Pour les questions 1 - 4, le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.
Pour les questions 5 - 8, l'espace est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$.

Question 1 (5 points)

Démontrer le théorème suivant :

Pour tous nombres complexes non nuls z et z' :

$|z\cdot z'| = |z|\cdot|z'|$ et $\arg(z\cdot z') = \arg(z) + \arg(z') \quad (mod\ 2\pi)$

Question 2 (5+2=7 points)

Soient A, B et D les points d'affixes $z_A = -2e^{-i\frac{\pi}{3}}$, $z_B = 2i(-1-\sqrt{3}i)$ et $z_D = 2$.

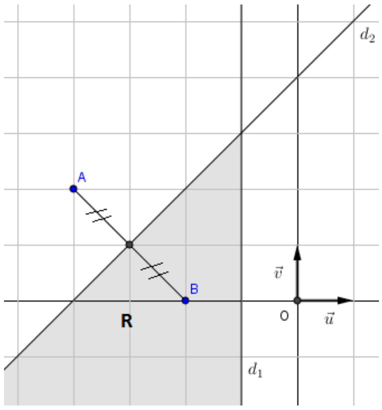
1) Écrire z_A et z_B d'abord sous forme exponentielle et puis sous forme algébrique.
2) Déterminer l'affixe du point C tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.

Question 3 (3+3=6 points)

1) Déterminer par la méthode géométrique, l'ensemble E des points $M(z)$ tels que $|-\bar{z}+2i-1| = |iz+1|$.
2) Représenter l'ensemble F des points $M(z)$ tels que $\arg\left(\frac{-\bar{z}}{2}\right) = \frac{\pi}{3}\ (mod\ 2\pi)$.

Question 4 (3 points)

Sur la figure ci-contre, d_2 est la médiatrice de $[AB]$.
Caractériser par une double condition sur son affixe z l'appartenance d'un point $M(z)$ à la région grise R, frontières comprises.



Question 5 (5+1+1=7 points)

Soient les droites d et d' définies par :

$$d = (AB) \text{ avec } A(1;-1;3) \text{ et } B(3;5;5) \quad \text{et} \quad d' : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + t \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

Est-ce que les affirmations suivantes sont exactes ? Justifier.

1) Les droites d et d' sont coplanaires.
2) Les droites d et d' sont orthogonales.
3) Les droites d et d' sont perpendiculaires.

Question 6 (6 points)

Déterminer une équation cartésienne du plan P passant par $A(1;2;-3)$ et contenant la droite $d : \begin{cases} x = -3 - 2k \\ y = 2 - k \\ z = k \end{cases} \qquad (k \in \mathbb{R})$

Question 7 ((2+4)+(2+5)=13 points)

1) On considère les plans P_1 et P_2 définis par :
   $P_1 : 3x + 5y + z = 0$ et $P_2 : x - 3y + 2z + 2 = 0$.
   a) Montrer que les plans P_1 et P_2 sont sécants (sans déterminer leur intersection).
   b) Déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection d'.
2) Soit le plan P_3 d'équation $x - 2y + 2z - 1 = 0$.
   a) Etudier la position relative de d' et du plan P_3.
   b) En déduire l'intersection des plans P_1, P_2 et P_3.

Question 8 ((2+2+2)+1+2+1+3=13 points)

On considère les points $A(2;-1;-3), B(6;-5;-1)$, $C(6;-5;-5)$ et $D(9;6;-3)$.

1) a) Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
   b) Vérifier que $\vec{n}(1;1;0)$ est un vecteur normal au plan (ABC).
   c) En déduire une équation du plan (ABC).
2) Déterminer une équation paramétrique de la droite d passant par A et perpendiculaire au plan (ABC).
3) Vérifier que D n'appartient pas au plan (ABC) et que D appartient à la droite d.
4) Déterminer la distance de D au plan (ABC).
5) Déterminer l'aire du triangle ABC.
