LE GOUVERNEMENT DU GRAND-DUCHÉ DE LUXEMBOURG Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse	EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES 2017	
BRANCHE	**SECTION**	**ÉPREUVE ÉCRITE**
Mathématiques 2	**GE**	*Durée de l'épreuve*
		2 h
		Date de l'épreuve
		12/06/2017
		Numéro du candidat

Exercice 1 [6 points]

Démontrer : *Pour tous nombres complexes non nuls z et z' :*

$$|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'| \quad et \quad \arg(z \cdot z') = \arg(z) + \arg(z') \quad (mod\ 2\,\pi)$$

Exercice 2 [4 + 3 = 7 points]

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
M est le point d'affixe $z = x + iy$ avec x, y réels.
A tout point M d'affixe $z \neq -2$, on associe le point M' d'affixe $Z = \dfrac{i\,z + 4}{z + 2}$.

1. Exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de Z en fonction de x et de y.
2. Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points $M(z)$ pour lesquels Z est un réel.

Exercice 3 [4 + 4 = 8 points]

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1. $\mathcal{E}_1$ est l'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie : $|1 + i\,z| = |\overline{z} + 2\,i + 1|$
   Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}_1$ ***par la méthode géométrique***.
2. Représenter l'ensemble $\mathcal{E}_2$ des points M dont l'affixe z non-nul vérifie :
$$arg\,(i\,\overline{z}) = \frac{\pi}{6} \quad (\text{mod}\ \pi)$$

Exercice 4 [3 + 2 = 5 points]

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On donne les points $A\left(\dfrac{1}{1+i}\right)$, $B(2\,e^{-i\frac{\pi}{3}})$ et $C\left(\dfrac{5-i}{2\,i}\right)$.

1. Ecrire z_A, z_B et z_C sous forme algébrique.
2. Déterminer l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 5 [6 points]

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

On donne le plan $\mathcal{P}$ d'équation $2\,x - y + 2\,z - 5 = 0$ et la droite d définie par :

$$d : \begin{cases} x = t \\ y = 2\,t - 1 \\ z = 3\,t + 4 \end{cases} \qquad (t \in \mathbb{R})$$

1. Démontrer à l'aide de deux vecteurs que la droite d coupe le plan $\mathcal{P}$ en un point I.
2. Déterminer les coordonnées de I.

Exercice 6 [6 points]

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

On donne les droites d_1 et d_2 définies par :

$$d_1 : \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 3\,t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \qquad\qquad d_2 = (AB) \text{ avec : } A(1; -1; 0) \text{ et } B(2;\ 0;\ 2)$$

Montrer que d_1 et d_2 ne sont pas coplanaires.

Exercice 7 [(2+4+1) + (1+2+6) + (2+4) = 22 points]

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

Soient $A(-1;\ 0;\ 0)$, $B(1;\ 3;\ 2)$ et $C(1;\ 2;\ 1)$ trois points de l'espace.
Soit $\mathcal{P}_1$ le plan d'équation $x + 3\,y + 2\,z - 7 = 0$ et soit $\mathcal{P}_2$ le plan d'équation $-2\,x + 4\,y + 3\,z = 1$.

1. (a) Vérifier que les points A, B et C définissent un plan.
   (b) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).
   (c) Vérifier si les plans (ABC) et $\mathcal{P}_2$ sont perpendiculaires.

2. (a) Montrer que le point B n'appartient pas au plan $\mathcal{P}_1$.
   (b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d passant par B et perpendiculaire à $\mathcal{P}_1$.
   (c) Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de B sur $\mathcal{P}_1$, puis calculer la distance de B à $\mathcal{P}_1$.

3. (a) Vérifier (sans déterminer leur intersection) que $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont sécants.
   (b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d'intersection Δ des plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.
