Code branche **MATHE II**	**Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse** EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES Régime technique - **Session 2016**	
Épreuve écrite	*Branche*	*Division/Section*
Durée de l'épreuve **2h00**	**Mathématiques II**	**GE**
Date de l'épreuve 21/09/2016		

Question I : **(5P)**

Démontrez le théorème suivant :

Pour tous nombres complexes non nuls z et z' :

$|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$ et $\arg(z \cdot z') = \arg(z) + \arg(z') \pmod{2\pi}$

Question II : **(5+3+2=10P)**

On donne les nombres complexes : $a = \dfrac{8i}{1 - i\sqrt{3}}$ et $b = -\sqrt{2}ie^{i\frac{\pi}{4}}$.

1) Écrivez a et b sous forme algébrique et sous forme exponentielle.

2) Déterminez une forme trigonométrique de $Z = \dfrac{\overline{a}}{b^2}$.

3) Déduisez-en que Z^9 est un nombre réel.

Question III : **(3+4+3=10P)**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

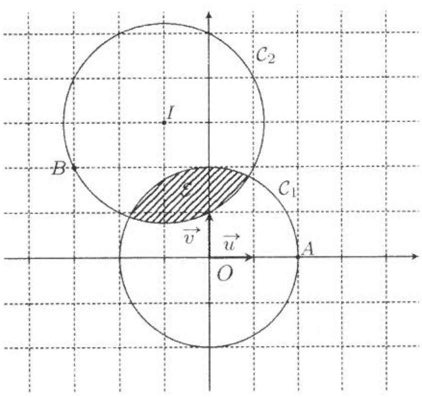
1) Par une méthode géométrique, déterminez l'ensemble E des points $M(z)$ dont l'affixe z vérifie :

$$|4 - 3i - iz| = |\bar{z} - 1 + 2i|$$

2) Dans le plan complexe, déterminez et représentez l'ensemble F des points $M(z)$ dont l'affixe vérifie l'égalité :

$\arg\left(\frac{z}{1+i}\right) = \frac{\pi}{2} \pmod{\pi}$

3) Sur la figure ci-contre, $\mathcal{C}_1$ est le cercle de centre O et passant par le point A. $\mathcal{C}_2$ est le cercle de centre I et passant par le point B.
Caractérisez par une double condition sur son affixe z l'appartenance d'un point $M(z)$ à la surface hachurée $\mathcal{E}$ (bords inclus). Précisez vos calculs.



Question IV : (5P)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. d est la droite passant par $A(-2; 4; -3)$ et par $B(2; 1; -3)$. d' est la droite définie par :

$$d' : \begin{cases} x = -2s - 4 \\ y = \frac{3}{2}s - 1 \\ z = s + 2 \end{cases}, s \in \mathbb{R}.$$

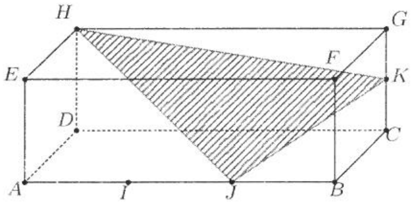
Étudiez la position relative des droites d et d'.

Question V : (4+3=7P)

$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle où $AB = 3$. $AD = 1$ et $AE = 1$.
On a : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{JB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $K = mil[CG]$.

On choisit le repère orthonormé direct $(A; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1) Notons θ la mesure de l'angle géométrique associé aux vecteurs $\overrightarrow{JH}$ et $\overrightarrow{JK}$. Calculez la valeur approchée de θ au dixième de degré près.
2) Déterminez une valeur exacte de l'aire du triangle HJK.



Question VI : (1+3+4+2=10P)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne le point $A(2; 3; 1)$ et la droite Δ dont une représentation paramétrique est la suivante :

$$\Delta : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 9 + t \\ z = -8 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

1) Montrez que le point A n'appartient pas à la droite Δ.
2) Établissez une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ qui contient le point A et qui est perpendiculaire à la droite Δ.
3) Déterminez les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur la droite Δ.
4) Déduisez-en la distance du point A à la droite Δ.

Question VII : (2+4+2+1+4=13P)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
On considère les points $E(1; 1; 2)$, $F(-1; -1; 0)$, $G(0; -4; 2)$ et le plan $\mathcal{P} : x + y + z - 3 = 0$.

1) Vérifiez que les points E, F et G définissent un plan.
2) Établissez une équation cartésienne du plan (EFG).
3) Vérifiez si le point $Q\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -1\right)$ appartient au plan (EFG).
4) Montrez que les plans $\mathcal{P}$ et (EFG) sont perpendiculaires.
5) Déterminez une représentation paramétrique de la droite d'intersection d entre les plans $\mathcal{P}$ et (EFG).