

Code branche MATH	Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – Session 2015	
Épreuve écrite	Branche	Division / Section
Durée de l'épreuve 2h30	Mathématiques	CG
Date de l'épreuve		

Exercice 1 (6 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'équation suivante : $\ln(x^2 - 1) + 2\ln 2 = \ln(4x - 1)$

Exercice 2 (4 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'inéquation suivante : $\frac{(e^{2x+1})^2 \cdot e^{1-x}}{e^x} > 5$

Exercice 3 (12 points)

Faites l'étude complète de la fonction f définie par : $f(x) = 4 - 3\ln(5 - 2x)$

(Ensemble de définition, limites et asymptotes éventuelles, intersection avec les axes, dérivée, tableau de variation et représentation graphique)

Exercice 4 (2+3+2+2=9 points)

Une entreprise vend x centaines de litres de parfum par jour ($1,8 \leq x \leq 4,5$).

Le bénéfice en milliers d'euros réalisé, par jour, par l'entreprise lorsqu'elle vend x centaines de litres est donné par $B(x) = (x - 2) \cdot e^{-x+4}$ pour $x \in [1,8 ; 4,5]$.

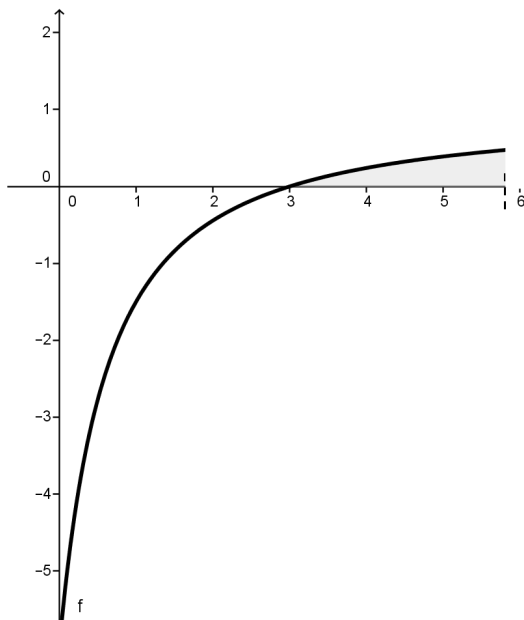
1. Calculez le bénéfice en euros réalisé sur la vente de 400 litres.
 2. Calculez $B'(x)$ et étudiez le sens de variation de $B(x)$.
 3. Déterminez la quantité de litres à vendre par jour pour réaliser un bénéfice maximal.
Quel est ce bénéfice maximal?
 4. À partir de quelle quantité journalière l'entreprise ne vend-elle pas à perte?
-

Exercice 5 (3+2+3=8 points)

Le graphique ci-contre donne la représentation

graphique sur $[0 ; 6]$ de la fonction f

définie par : $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{(x+1)^2}$.



1. Vérifiez que F définie par $F(x) = x + \frac{4}{x+1} - 3 \ln(x+1)$ est une primitive de f sur $[0 ; 6]$.
 2. Déterminez le point d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.
 3. Déterminez l'aire de la surface délimitée par C_f , l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 6$.
-

Exercice 6 (2+1+1+2=6 points)

Le directeur du personnel d'une entreprise constate que, chaque hiver, un nombre important d'employés s'absentent, malades de la grippe. Le médecin de l'entreprise lui assure qu'une personne non vaccinée contre la grippe a 40% de chances d'attraper la maladie alors qu'une personne vaccinée n'a que 5% de chances de tomber malade.

Le directeur décide donc de proposer au personnel une vaccination gratuite. Finalement 80 % du personnel accepte de se faire vacciner.

On note V l'événement « l'employé s'est fait vacciner » et G l'événement « l'employé contractera la grippe durant l'hiver ».

On choisit un employé au hasard.

1. Construisez un arbre qui représente cette situation.
 2. Quelle est la probabilité qu'un employé, pris au hasard, ne soit pas vacciné et attrape la grippe cet hiver?
 3. Quelle est la probabilité que l'employé choisi tombe malade cet hiver?
 4. Fred, employé au service informatique, tombe malade de la grippe. Quelle est la probabilité qu'il soit vacciné?
-

Exercice 7 (4 points)

Deux joueurs A et B s'affrontent dans un tournoi de tennis de table. Dans chaque partie un des deux joueurs gagne, il n'y a pas de match nul. La probabilité que A gagne une partie est de 0,6. On joue 10 parties. Quelle est la probabilité que le joueur B ait gagné au moins 8 parties à la fin du tournoi?

Exercice 8 ((2+1+2)+(1+1+2+2)=11 points)

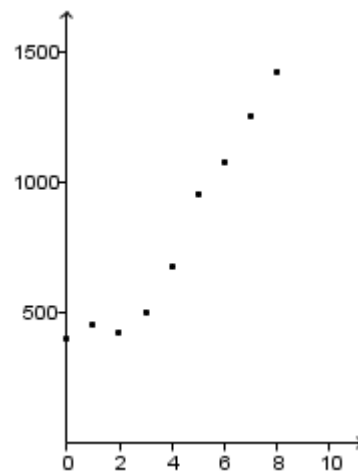
Le tableau suivant donne la dépense, en millions d'euros, des ménages luxembourgeois en produits informatiques (matériels, logiciels, réparations) de 2000 à 2008.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Dépense y_i	398	451	423	501	673	956	1077	1255	1427

Partie A Ajustement affine

Voici le nuage de points associé à la série statistique $(x_i; y_i)$

1. Donnez la valeur arrondie à 10^{-3} du coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i; y_i)$. Un ajustement affine paraît-il justifié ?
2. Déterminez une équation de la droite de régression de y en x (les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près).
3. En utilisant cet ajustement affine, donnez une estimation de la dépense des ménages en produits informatiques en 2016.



Partie B Ajustement non affine

L'allure du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel. On pose : $z = \ln(y)$.

1. Recopiez et complétez le tableau suivant où z_i est arrondi à 10^{-3} près:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
z_i									

2. Déterminez la droite de régression de z en x (les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près).
 3. En utilisant le résultat précédent, déterminez un ajustement de y en x de la forme $y = C \cdot e^{Dx}$ où C et D sont des réels arrondis à 0,01 près.
 4. En utilisant cet ajustement, donnez une estimation de la dépense des produits informatiques en 2016.
-