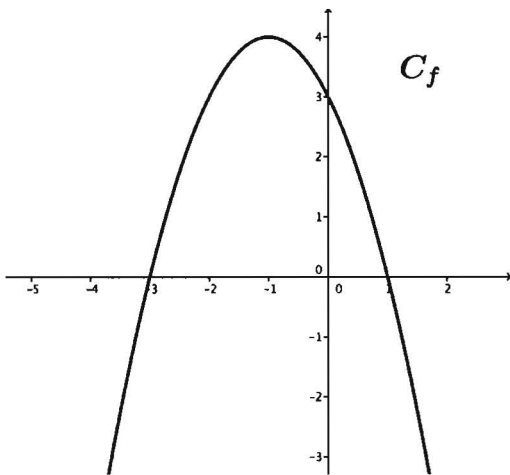


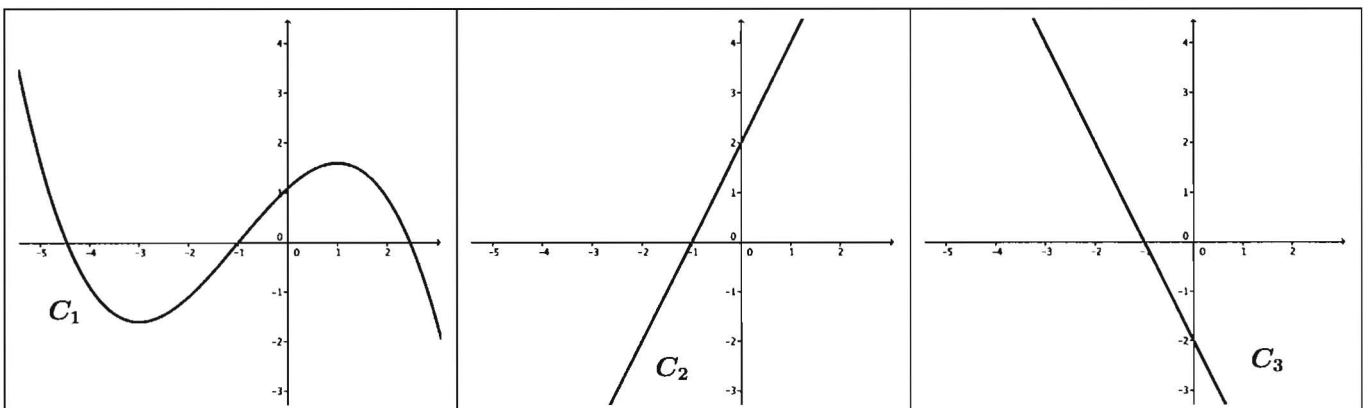
Code branche <b>MATH</b>	Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse <b>EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES</b> Régime technique – Session 2015	
Épreuve écrite	Branche	Division / Section
Durée de l'épreuve 2h30	<b>Mathématiques</b>	CG
Date de l'épreuve <b>- 5. 06. 15</b>		

**Exercice 1 :** (3 points)

La courbe  $C_f$  est donnée ci-dessous.



Parmi les trois courbes  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  ci-dessous, laquelle donne l'allure de  $C_f$  ? Justifier la réponse.



**Exercice 2 :** (4 points)

On examine le groupe sanguin de 40 personnes. 15 personnes ont le groupe sanguin A, 5 le groupe sanguin B, 2 le groupe sanguin AB et le reste des personnes ont le groupe sanguin O. On choisit au hasard 4 personnes parmi ces 40 personnes. Quelle est la probabilité que

- les 4 personnes ont le groupe sanguin A
  - au moins deux personnes ont le groupe sanguin O
  - les 4 personnes ont des groupes sanguins différents.
- 

**Exercice 3 :** (4 points)

Lors de la naissance d'un bébé, la probabilité que ce soit un garçon est en Europe à peu près égale à 0,515. Quelle est la probabilité que dans une famille avec 4 enfants

- il y a uniquement des garçons
  - il y a uniquement des filles
  - il y a au plus deux garçons.
- 

**Exercice 4 :** (2+1+1+2 = 6 points)

Dans un club de fitness 40% des membres sont des hommes. Le club offre à ses membres la possibilité de participer à des cours collectifs.

- 8% des hommes sont inscrits aux cours collectifs
- 5% des femmes ne sont pas inscrites aux cours collectifs

a) Construisez un arbre qui illustre cette situation.

On choisit un membre au hasard. Quelle est la probabilité que ce membre ...

- est une femme qui n'est pas inscrite aux cours collectifs
  - est inscrit aux cours collectifs
  - est un homme si on sait que le membre choisi est inscrit aux cours collectifs.
- 

**Exercice 5 :** (1+1+4+2 = 8 points)

Dans un village, un promoteur immobilier projette de construire un lotissement dont le nombre de maisons ne pourra pas dépasser 25 maisons construites. Les coûts de production, en millions d'euros, pour  $x$  maisons construites ( $0 \leq x \leq 25$ ) sont donnés par :  $C(x) = 0,9x + 3,6 - 2,7 \ln(x + 2)$

On suppose que toutes les maisons construites seront vendues et chaque maison est vendue 750000 euros.

- Donnez l'expression de la recette  $R(x)$ , en millions d'euros, en fonction du nombre de maisons  $x$ .
  - Vérifiez que le bénéfice pour  $x$  maisons est donné par :  $B(x) = -0,15x - 3,6 + 2,7 \ln(x + 2)$ .
  - Calculez  $B'(x)$  et déduisez-en les variations du bénéfice  $B(x)$  sur  $[0 ; 25]$ .
  - Trouvez le nombre de maisons que le promoteur doit construire et vendre pour obtenir un bénéfice maximal et déterminez le bénéfice correspondant.
-

**Exercice 6 :** (4 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'équation suivante:

$$(e^{2-x} \cdot e^{3+4x} + 2) \cdot \left( \frac{e^{2-x}}{e^{3+4x}} - 2 \right) = 0$$

---

**Exercice 7 :** (5 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'inéquation suivante :

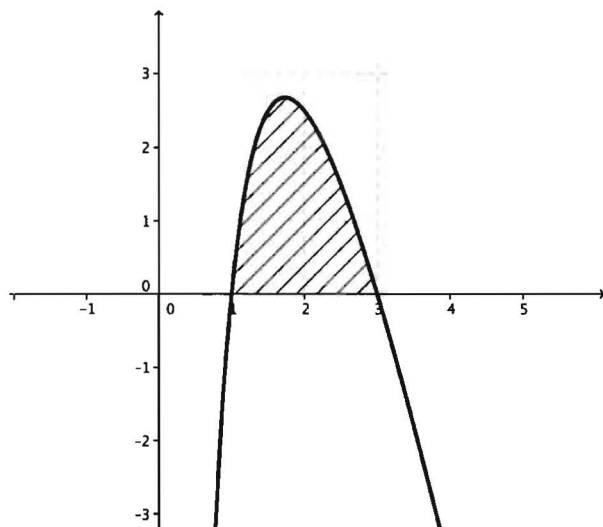
$$\ln(x) \geq 2\ln(x - 4) - \ln(2)$$

---

**Exercice 8 :** (2+3 = 5 points)

La courbe ci-dessous représente la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = -5x + 20 - \frac{15}{x}$ .

- Déterminez par le calcul les points d'intersection de la courbe  $C_f$  avec l'axe des  $x$ .
- Calculez l'aire de la surface hachurée.



**Exercice 9 :** (0,5+2+2,5+1+1+2 = 9 points)

Faites l'étude complète de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 4 - \frac{2}{9}e^{1-x}$ ,

- ensemble de définition
- limites et asymptotes éventuelles
- intersections avec les axes
- dérivée
- tableau de variation
- représentation graphique.

**Exercice 10 :** (6+6=12 points)

Le tableau suivant donne l'évolution de la population totale au Luxembourg depuis 1960 :

Année	1960	1981	1991	2001	2011
Rang de l'année ( $x$ )	0	21	31	41	51
Population au Luxembourg en milliers de personnes ( $y$ )	315	365	384	440	512

A) Ajustement affine

- Déterminez les coordonnées du point moyen  $G$ .
- Vérifiez si un ajustement affine est valable.  
Donnez une équation de la droite de régression de  $y$  en  $x$ .
- Estimez, à l'aide de l'ajustement précédent, la population au Luxembourg en 1947.
- En réalité la population en 1947 a été de 291000 personnes. Déterminez en %, l'erreur commise par l'estimation précédente par rapport à la valeur exacte.
- Estimez ensuite, à l'aide de cet ajustement, la population au Luxembourg en 2020.

B) Ajustement non affine

**Dans cette partie, tous les résultats seront arrondis à 0,001 près.**

- Recopiez et complétez le tableau suivant.

Année	1960	1981	1991	2001	2011
Rang de l'année ( $x$ )	0	21	31	41	51
$z = \ln(y)$					

- Déterminez la droite de régression de  $z$  en  $x$ .
- En utilisant le résultat précédent, déterminez un ajustement de  $y$  en  $x$  de la forme  $y = C \cdot e^{Dx}$ .
- Estimez à l'aide de ce nouvel ajustement, la population au Luxembourg en 2020.
- Estimez à l'aide de cet ajustement, en quelle année la population du Luxembourg dépassera pour la première fois les 600000 personnes.