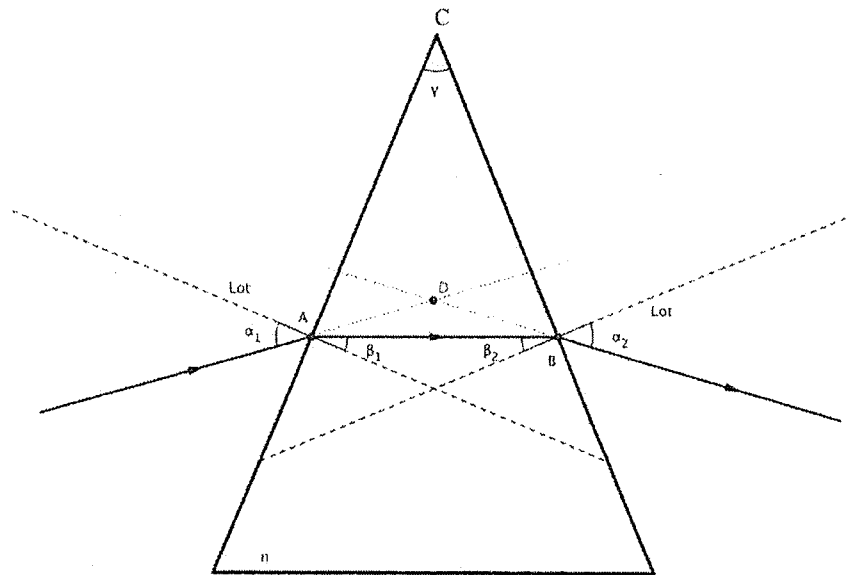


1. Brechung und Totalreflexion am Prisma**[1 + 2 + 4 + 5 = 12 Punkte]**

1.1 Von allen möglichen Wegen die das Licht nehmen kann, um von einem Punkt zu einem anderen zu gelangen, wählt es den Weg der am wenigsten Zeit beansprucht.

1.2 Beim Übergang von einem optischen dichteren Medium in ein optisch weniger dichtes Medium ($n_1 > n_2$) tritt Totalreflexion auf, wenn der Einfallswinkel größer ist als der Grenzwinkel: $\alpha > \alpha_G = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$.

1.3



γ : Brechender Winkel des Prismas

n : Brechzahl des Prismas

α_1 : Einfallswinkel an der Eintrittsfläche

β_1 : Brechungswinkel an der Eintrittsfläche

β_2 : Einfallswinkel an der Austrittsfläche

α_2 : Brechungswinkel an der Austrittsfläche

Im Dreieck ABC ist die Summe der drei Innenwinkel ($90^\circ - \beta_1$) am Punkt A, ($90^\circ - \beta_2$) am Punkt B und γ am Punkt C gleich 180° :

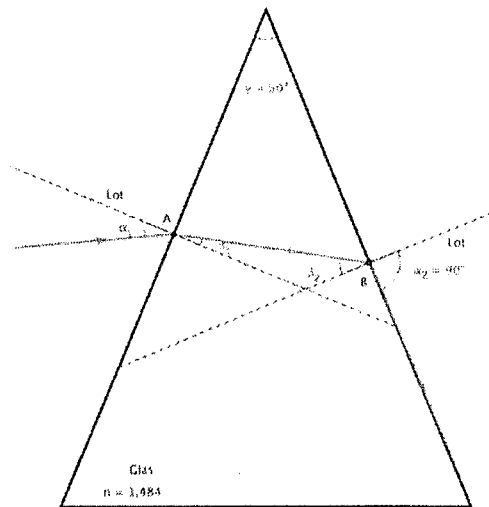
$$\begin{aligned} (90^\circ - \beta_1) + (90^\circ - \beta_2) + \gamma &= 180^\circ \\ \Leftrightarrow \gamma &= 180^\circ - (90^\circ - \beta_1) - (90^\circ - \beta_2) \\ \Leftrightarrow \gamma &= 180^\circ - 90^\circ + \beta_1 - 90^\circ + \beta_2 \\ \Leftrightarrow \gamma &= \beta_1 + \beta_2 \end{aligned}$$

1.4 Brechzahl des Prismas für rotes Licht: $n = \frac{c_0}{c} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,02 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1,484$

Grenzfall: $\alpha_2 = 90^\circ$

Brechungsgesetz in B:

$$\begin{aligned} n \sin \beta_2 &= \sin \alpha_2 \\ \Leftrightarrow n \sin \beta_2 &= \sin 90^\circ \\ \Leftrightarrow n \sin \beta_2 &= 1 \\ \Leftrightarrow \beta_2 &= \sin^{-1} \left(\frac{1}{n} \right) \\ \Leftrightarrow \beta_2 &= \sin^{-1} \left(\frac{1}{1,484} \right) \\ \Leftrightarrow \beta_2 &= 42,37^\circ \end{aligned}$$



Von 1.2 wissen wir:

$$\begin{aligned} \gamma &= \beta_1 + \beta_2 \Leftrightarrow \beta_1 = \gamma - \beta_2 \\ &\Leftrightarrow \beta_1 = 50^\circ - 42,37^\circ \\ &\Leftrightarrow \beta_1 = 7,63^\circ \end{aligned}$$

Brechungsgesetz in A:

$$\begin{aligned} \sin \alpha_1 &= n \sin \beta_1 \\ \Leftrightarrow \alpha_1 &= \sin^{-1}(n \sin \beta_1) \\ \Leftrightarrow \alpha_1 &= \sin^{-1}[1,484 \cdot \sin(7,63^\circ)] \\ \Leftrightarrow \alpha_1 &= 11,4^\circ \end{aligned}$$

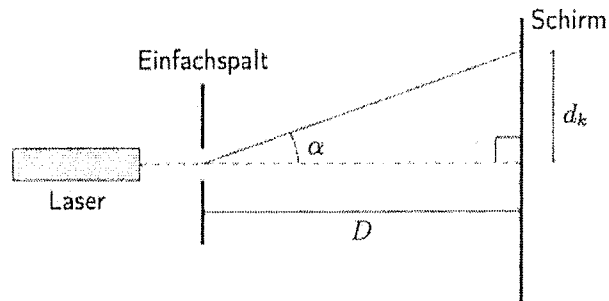
Es findet also Totalreflexion statt wenn der Einfallswinkel α_1 kleiner oder gleich $11,4^\circ$ ist. (Der Grenzwinkel beim Austritt beträgt $\beta_2 = 42,4^\circ$. Wird β_2 größer tritt Totalreflexion auf. Wenn β_2 größer wird, so wird β_1 kleiner, da $\beta_1 = \gamma - \beta_2$. Wenn β_1 kleiner wird, so wird auch α_1 kleiner.)

2. Praktikum: Beugung am Einfachspalt

[4 + 4 + 2 + 1 = 11 Punkte]

2.1 Wellenlänge des Lichts: λ ; Beugungswinkel: α ; Spaltbreite: $l = 0,12 \text{ mm}$; Entfernung vom Einfachspalt zum Schirm: $D = 1,95 \text{ m} = 1950 \text{ mm}$; Ordnung: k ; Entfernung vom Minimum k -ter Ordnung zum zentralen Maximum: d_k

Destruktive Interferenz beim Einfachspalt: $\sin \alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{l} \quad (k \in \mathbb{N}^*) \quad (1)$



Aus der Zeichnung: $\tan \alpha_k = \frac{d_k}{D} \quad (2)$

Für kleine Winkel gilt: $\tan \alpha \approx \sin \alpha$, somit erhalten wir aus (1) und (2):

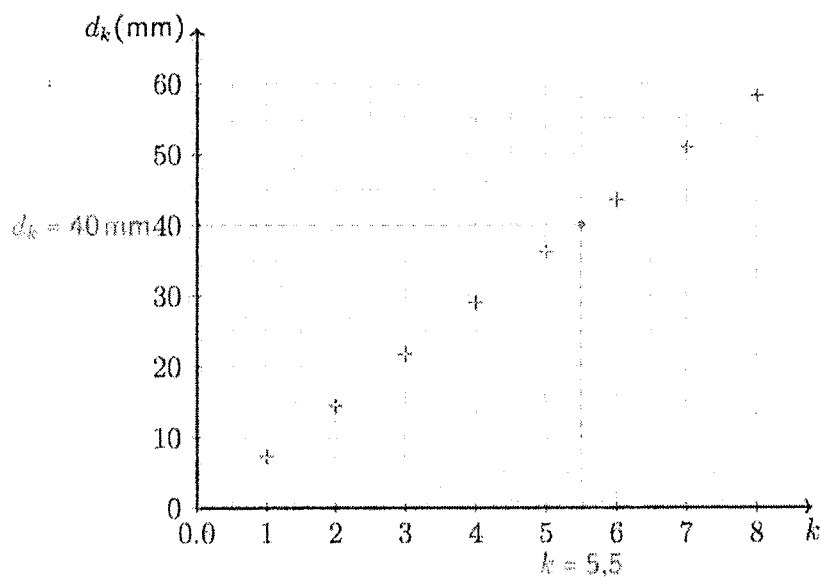
$$\frac{d_k}{D} = \frac{k \cdot \lambda}{l} \Leftrightarrow \underbrace{d_k}_y = \underbrace{\frac{D \cdot \lambda}{l}}_a \cdot \underbrace{k}_x \quad (3)$$

Die Darstellung von d_k in Abhängigkeit von k ergibt also eine Ursprungsgerade mit der Steigung $a = \frac{D \cdot \lambda}{l}$.

2.2 Messwertetabelle:

k	1	2	3	4	5	6	7	8
$2 \cdot d_k \text{ (mm)}$	14,5	29,0	43,5	58,0	72,5	87,0	102,0	116,5
$d_k \text{ (mm)}$	7,25	14,50	21,75	29,00	36,25	43,50	51,00	58,25

Grafik:



2.3 Steigung der Geraden aus dem Diagramm: $a = \frac{d_k}{k} = \frac{40 \text{ mm}}{5,5} = 7,273 \text{ mm}$

Aus der Gleichung (3) bei 2.1: $a = \frac{D \cdot \lambda}{l} \Leftrightarrow \lambda = \frac{a \cdot l}{D}$

Also ergibt sich für die Wellenlänge des Lichts:

$$\lambda = \frac{7,273 \text{ mm} \cdot 0,12 \text{ mm}}{1950 \text{ mm}} = 4,476 \cdot 10^{-4} \text{ mm} = 447,6 \text{ nm}$$

2.4 Relative Abweichung zum Herstellerwert:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{|447,6 \text{ nm} - 450,0 \text{ nm}|}{450,0 \text{ nm}} = 0,0053 = 0,53 \%$$

3. Spezielle Relativitätstheorie

[2 + 2 + (5 + 3) = 12 Punkte]

3.1 Relativitätsprinzip:

Naturgesetze haben in allen Inertialsystemen die gleiche Form.

Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit:

Die Lichtgeschwindigkeit ist vom Bewegungszustand der Lichtquelle und des Beobachters unabhängig. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum beträgt in jedem Inertialsystem $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$.

3.2 Die Einstein'sche Gleichung lautet: $E = m \cdot c^2$. Sie besagt, dass die Gesamtenergie eines Körpers gleich dem Produkt aus der dynamischen Masse des Körpers mit dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit ist. Aus ihr ergibt sich, dass Energie und Masse zwei äquivalente Größen sind, d.h. dass jede Massenänderung eines Körpers gleich einer Energieänderung ist und umgekehrt.

3.3

3.3.1 Kinetische Energie der Protonen:

$$E_{kin} = 35 \text{ MeV} = 3,5 \cdot 10^7 \text{ eV} = 5,607 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Für die Geschwindigkeit der Protonen erhält man mithilfe der Gleichung für die relativistische kinetische Energie:

$$\begin{aligned} E_{kin} &= (m - m_0) \cdot c^2 \\ \Leftrightarrow E_{kin} &= \gamma \cdot m_0 \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 \\ \Leftrightarrow \gamma \cdot m_0 \cdot c^2 &= E_{kin} + m_0 \cdot c^2 \\ \Leftrightarrow \gamma &= \frac{E_{kin} + m_0 \cdot c^2}{m_0 \cdot c^2} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_{kin} + m_0 \cdot c^2}{m_0 \cdot c^2}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{m_0 \cdot c^2}{E_{kin} + m_0 \cdot c^2} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{m_0 \cdot c^2}{E_{kin} + m_0 \cdot c^2} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 \cdot c^2}{E_{kin} + m_0 \cdot c^2} \right)^2} \cdot c$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{1 - \left(\frac{1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \left(2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{5,607 \cdot 10^{-12} \text{ J} + 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \left(2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2} \right)^2} \cdot c$$

$$\Leftrightarrow v = 0,266c$$

$$\Leftrightarrow v = 7,97 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Geschwindigkeit der Protonen beträgt ungefähr $0,266c$ oder $7,97 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3.4 Im Bezugssystem der Sonne (in dem die Protonen bewegt sind) vergeht die Zeit:

$$\Delta t = \frac{x_0}{v} = \frac{4,49 \cdot 10^{12} \text{ m}}{7,97 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5,63 \cdot 10^4 \text{ s} = 15,6 \text{ h}$$

Aufgrund der Zeitdilatation ist diese Zeit länger als die Zeit welche im Bezugssystem der Protonen vergeht (in dem die Protonen in Ruhe sind):

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_0$$

$$\Leftrightarrow \Delta t_0 = \frac{\Delta t}{\gamma}$$

$$\Leftrightarrow \Delta t_0 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \Delta t$$

$$\Leftrightarrow \Delta t_0 = \sqrt{1 - 0,266^2} \cdot 5,63 \cdot 10^4 \text{ s}$$

$$\Leftrightarrow \Delta t_0 = 5,43 \cdot 10^4 \text{ s}$$

$$\Leftrightarrow \Delta t_0 = 15,1 \text{ h}$$

oder:

Aufgrund der Längenkontraktion ist die Entfernung im Bezugssystem der Protonen geringer:

$$x = \frac{x_0}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot x_0 = \sqrt{1 - 0,266^2} \cdot 4,49 \cdot 10^{12} \text{ m} = 4,33 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

Für diese Strecke vergeht im Bezugssystem der Protonen die Zeit:

$$\Delta t_0 = \frac{x}{v} = \frac{4,33 \cdot 10^{12} \text{ m}}{7,97 \cdot 10^7 \text{ m}} = 5,43 \cdot 10^4 \text{ s} = 15,1 \text{ h}$$

Im Bezugssystem der Protonen vergehen ungefähr 15,1 Stunden.

4. Radioaktivität

[2 + 3 + 5 = 10 Punkte]

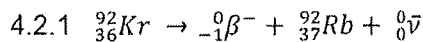
4.1

4.1.1 Als Aktivität einer radioaktiven Probe bezeichnet man die Anzahl der radioaktiven Atomkerne ΔN die pro Zeiteinheit Δt zerfallen:

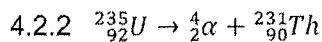
$$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$$

4.1.2 Die Halbwertszeit einer radioaktiven Probe ist die Zeit nach welcher die Anzahl der radioaktiven Atomkerne in der Probe halbiert wird.

4.2



${}_{-1}^0\beta^-$: Elektron; ${}_{37}^{92}\text{Rb}$: Rubidium-92-Atomkern; ${}_0^0\bar{\nu}$: Anti(elektron)neutrino



${}_2^4\alpha$: Heliumatomkern; ${}_{90}^{231}\text{Th}$: Thorium-231-Atomkern

4.3 Ursprüngliche Masse: $m(0) = 0,3 \text{ g}$; heutige Aktivität: $A(t) = 2,39 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$

Halbwertszeit: $T_{1/2} = 30,17 \text{ a} = 9,52 \cdot 10^8 \text{ s}$

Berechnung der ursprünglichen Aktivität:

$$A(0) = \lambda \cdot N(0)$$

$$\Leftrightarrow A(0) = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N(0)$$

$$\Leftrightarrow A(0) = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m(0)}{m_A}$$

$$\Leftrightarrow A(0) = \frac{\ln 2}{9,52 \cdot 10^8 \text{ s}} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-4} \text{ kg}}{137 \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}$$

$$\Leftrightarrow A(0) = 9,60 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$$

Radioaktives Zerfallsgesetz zur Berechnung der Zeit t seit dem Atomtest:

$$A(t) = A(0) \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t}$$

$$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{A(t)}{A(0)} \right) = -\frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot t$$

$$\Leftrightarrow t = \ln \left(\frac{A(0)}{A(t)} \right) \cdot \frac{T_{1/2}}{\ln 2}$$

$$\Leftrightarrow t = \ln \left(\frac{9,60 \cdot 10^{11}}{2,39 \cdot 10^{11}} \right) \cdot \frac{30,17 \text{ a}}{\ln 2}$$

$$\Leftrightarrow t = 60,5 \text{ a}$$

Der Atomtest hat vor ungefähr 60,5 Jahren stattgefunden.

5.1 Die Versuche zeigen, dass die kinetische Energie der beim Fotoeffekt abgelösten Elektronen unabhängig von der Lichtintensität ist: sie hängt bloß von der Frequenz des Lichts ab! Nach der Wellentheorie könnte es vorkommen, dass bei sehr großer Lichtintensität viele Lichtwellen auf ein Elektron wirken und ihm so sehr viel Energie übertragen und den Fotoeffekt bewirken. Dies wird aber nicht beobachtet.

5.2

5.2.1 Damit der Fotoeffekt auftreten kann, muss die Energie der eintreffenden Photonen $E = h \cdot f$, höher sein, als die Austrittsarbeit W_A des Stoffs.

Energie der eintreffenden Photonen:

$$E = h \cdot f = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 6,40 \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 4,24 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,65 \text{ eV}$$

Für jedes Material für das $E > W_A$ tritt der Fotoeffekt auf, also für:

Rb (Rubidium), K (Kalium) und Li (Lithium).

5.2.2 Die Grenzspannung U_G ist die negative Spannung welche an der Gegenelektrode der Vakuum-Fotozelle angelegt wird, damit gerade keine von der Metallplatte ausgetretenen Elektronen mehr die Gegenelektrode erreichen (sie werden alle vollständig abgebremst und der Fotostrom wird null).

5.2.3 Für die Stoffe für die der Fotoeffekt auftritt, ist die Austrittsarbeit bei Lithium am höchsten, also: $W_A = 2,46 \text{ eV}$

Es gilt für den Fotoeffekt: $E = W_A + E_{kin}$, wobei E_{kin} die kinetische Energie der austretenden Elektronen ist.

Bei der Grenzspannung, wird die gesamte kinetische Energie in elektrische Energie $E_{el} = e \cdot U_G$ der Elektronen umgewandelt. Es gilt:

$$E = W_A + e \cdot U_G$$

$$\Leftrightarrow U_G = \frac{E - W_A}{e}$$

$$\Leftrightarrow U_G = \frac{2,65 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} - 2,46 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

$$\Leftrightarrow U_G = 0,19 \text{ V}$$

Die Grenzspannung beträgt 0,19 V

Die Bahnradien im Bohr'schen Atommodell

Nach der Bohr'schen Atomvorstellung gehen wir davon aus, dass die Elektronenbahnen Kreisbahnen sind. Niels Bohr nahm an, dass die Elektronen sich strahlungsfrei auf diesen Bahnen bewegen (1. Bohr'sches Postulat). Zur Berechnung der möglichen Radien der Elektronenbahnen im Wasserstoffatom liefert die Coulombkraft F_{el} die nötige Radialkraft F_r für die Kreisbahn (Abb. 1). Die folgende Berechnung wird mit dem Ansatz

$$F_{el} = F_r$$

durchgeführt:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e \cdot v^2}{r}$$

Nach Einfügen der Quantenbedingung für stehende Wellen

$$v = \frac{h \cdot n}{2\pi \cdot m_e \cdot r}$$

erhält man:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e \cdot h^2 \cdot n^2}{r \cdot 4\pi^2 \cdot m_e^2 \cdot r^2}$$

Daraus ergeben sich die möglichen Bahnradien r_n (Abb. 2):

$$r_n = \frac{h^2 \cdot \epsilon_0}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \cdot n^2$$

Diskrete Energiezustände

Da sich das Elektron nur auf Bahnen mit bestimmten Radien r_n bewegt, ergeben sich auch nur wenige mögliche Werte der Elektronenenergie E_n . Diese Energiewerte können wir wie folgt berechnen (Abb. 2):

$$E = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$$

Nach Einsetzen der Quantenbedingung für stehende Wellen

$$v = \frac{h \cdot n}{2\pi \cdot m_e \cdot r}$$

erhalten wir:

$$E_n = \frac{h^2 \cdot n^2}{8\pi^2 \cdot m_e \cdot r_n^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot r_n}$$

Setzen wir weiterhin die Bahnradien r_n

$$r_n = \frac{h^2 \cdot \epsilon_0}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \cdot n^2$$

ein, so erhalten wir die Energiewerte

$$E_n = \frac{m_e \cdot e^4}{8\epsilon_0^2 \cdot h^2 \cdot n^2} - \frac{m_e \cdot e^4}{4\epsilon_0^2 \cdot h^2 \cdot n^2}$$

$$E_n = -\frac{m_e \cdot e^4}{8\epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$