MUSTERLÖSUNG

16/09/2005

Theorie 21 P
Aufgaben: 28 P
Praktikum: 11 P

1. Sammellinse — 8 P

Bildgröße: $B_1 = 5G$
$B_2 = 3{,}5G$
Verschiebung: $a = 1{,}5$ cm

Brennweite: $f = ?$

Abbildungsmaßstab: $\frac{B_1}{G} = \frac{b_1}{g_1} = 5 \Longrightarrow \underline{\underline{b_1 = 5g_1}}$

$\frac{B_2}{G} = \frac{b_2}{g_2} = 3{,}5 \Longrightarrow \underline{\underline{b_2 = 3{,}5\,g_2}}$

Abbildungsgleichung: $\frac{1}{f} = \frac{1}{b_1} + \frac{1}{g_1} = \frac{1}{5g_1} + \frac{1}{g_1} = \frac{1+5}{5g_1} = \frac{6}{5g_1} \quad (1)$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{b_2} + \frac{1}{g_2} = \frac{1}{3{,}5g_2} + \frac{1}{g_2} = \frac{1+3{,}5}{3{,}5g_2} = \frac{4{,}5}{3{,}5g_2} = \frac{9}{7g_2} \quad (2)$

$(1) = (2)$: $\frac{6}{5g_1} = \frac{9}{7g_2}$

$\Longrightarrow 42g_2 = 45g_1 \quad ; \quad g_2 = g_1 + a$

$42(g_1 + a) = 45g_1$

$42g_1 + 42a = 45g_1$

$3g_1 = 42a$

$g_1 = \frac{42a}{3} = \frac{42 \cdot 1{,}5\text{ cm}}{3}$

$\underline{\underline{g_1 = 21\text{ cm}}}$

In (1): $\frac{1}{f} = \frac{6}{5 \cdot g_1} = \frac{6}{5 \cdot 21\text{ cm}}$

Brennweite: $\underline{\underline{f = 17{,}5\text{ cm}}}$

2. Beugungsgitter

12 P (2 + 5 + 3 + 2)

Gitterkonstante: $d = 0{,}0025\,mm = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\,mm = 2{,}5 \cdot 10^{-6}\,m$

Abstand Gitter-Schirm: $b = 65\,cm$

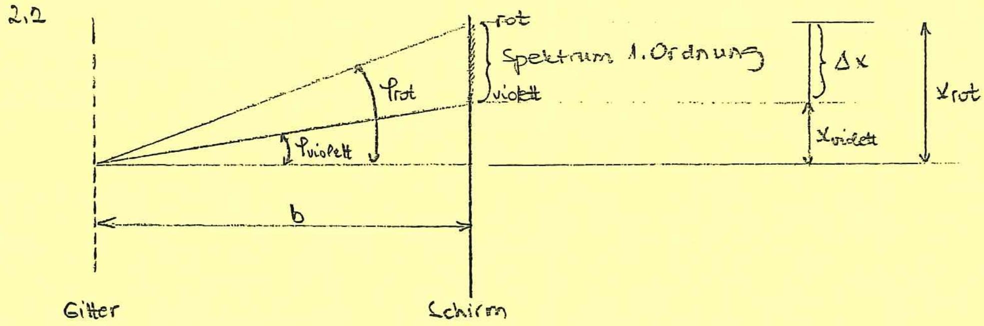
Wellenlänge: $\lambda_{violett} = 400\,nm$

$\lambda_{rot} = 750\,nm$

2.1. Zahl der Striche auf 1 mm: $N = \frac{1}{d} = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^{-3}\,mm} = 400\,mm^{-1}$

2P Zahl der Striche auf 1 cm: $\underline{\underline{N = 4000\,cm^{-1}}}$ (oder $N = \frac{1}{d} = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^{-4}\,cm} = \frac{4000}{cm}$)

2.2



Maximum beim Gitter, wenn $\Delta s = d \cdot \sin\varphi = k \cdot \lambda$

1. Ordnung: $k = 1$

5P $d \cdot \sin\varphi_v = 1 \cdot \lambda_v \implies \sin\varphi_v = \frac{\lambda_v}{d} = \frac{400 \cdot 10^{-9}\,m}{2{,}5 \cdot 10^{-6}\,m} = 0{,}16$

$\underline{\underline{\varphi_v = 9{,}21°}}$

$d \cdot \sin\varphi_{rot} = 1 \cdot \lambda_{rot} \implies \sin\varphi_{rot} = \frac{\lambda_{rot}}{d} = \frac{750 \cdot 10^{-9}\,m}{2{,}5 \cdot 10^{-6}\,m} = 0{,}30$

$\underline{\underline{\varphi_{rot} = 17{,}46°}}$

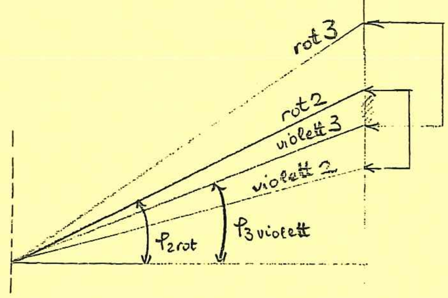
$\left.\begin{array}{l} tg\,\varphi_v = \frac{x_v}{b} \implies x_v = b \cdot tg\,\varphi_v \\ tg\,\varphi_{rot} = \frac{x_{rot}}{b} \implies x_{rot} = b \cdot tg\,\varphi_{rot} \end{array}\right\} \implies$ Breite des Spektrums:

$\underline{\Delta x} = x_{rot} - x_{violett} = \underline{b \cdot (tg\,\varphi_{rot} - tg\,\varphi}$

$\Delta x = 65\,cm\,(tg\,17{,}46° - tg\,9{,}21°)$

$\underline{\underline{\Delta x = 9{,}9\,cm}}$

2.3



3P <u>Überdeckung wenn $\varphi_{2rot} > \varphi_{3violett}$</u>

$d \cdot \sin\varphi_{2rot} = 2 \cdot \lambda_{rot} \implies \sin\varphi_{2rot} = \frac{2 \cdot \lambda_{rot}}{d} = \frac{2 \cdot 750 \cdot 10^{-9}\,m}{2{,}5 \cdot 10^{-6}\,m} = 0{,}6 \implies \underline{\underline{\varphi_{2rot} = 36{,}87}}$

$d \cdot \sin\varphi_{3violett} = 3 \cdot \lambda_v \implies \sin\varphi_{3v} = \frac{3 \cdot \lambda_{violett}}{d} = \frac{3 \cdot 400 \cdot 10^{-9}\,m}{2{,}5 \cdot 10^{-6}\,m} = 0{,}48 \implies \underline{\varphi_{3v} = 28{,}6}$

Aus $\varphi_{2rot} > \varphi_{3violett}$ folgt, dass sich die Spektren 2. und 3. Ordnung teilweise überdecken.

2.4 Die Formel $\sin\varphi = \frac{k.\lambda}{d}$ zeigt, dass das Licht um so stärker abgelenkt wird, je größer die Wellenlänge λ ist. ($\sin\varphi \sim \lambda$)
Rotes Licht (750 nm) wird also stärker abgelenkt als violettes Licht (400 nm).

2P

Beim Prismenspektrum ist die Farbfolge umgekehrt: das rote Licht erfährt die kleinste, das violette die größte Ablenkung.

3. Relativitätstheorie

7P (3 + 3 + 1)

Ruhemasse des Elektrons: $m_0 = 9{,}109.10^{-31}$ kg
Kinetische Energie des Elektrons: $E_{kin} = 70\%\ E_0$

3.1 Relativistische kinetische Energie: $E_{kin} = \Delta m \cdot c^2 = (m - m_0)\cdot c^2$ (1)

und $E_{kin} = 70\% \cdot E_0 = 0{,}70 \cdot m_0 c^2$ (2)

3P

$$(1) = (2): \quad (m - m_0)\cdot \cancel{c^2} = 0{,}70\ m_0 \cancel{c^2}$$

$$m = 0{,}70\ m_0 + m_0 = 1{,}70\ m_0$$

Dynamische Masse des Elektrons: $m = 1{,}70\ m_0$

$$= 1{,}70 \cdot 9{,}109 . 10^{-31}\ \text{kg}$$

$$m = 1{,}5485 \cdot 10^{-30}\ \text{kg}$$

3.2. Dynamische Masse: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \implies \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1{,}7$

3P

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{1{,}7} \implies v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{1{,}7^2}}$$

Geschwindigkeit des Elektrons: $v = 0{,}8087 \cdot c = 2{,}43 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}$

3.3. Relativistischer Impuls des Elektrons: $p = m.v = 1{,}70\, m_0 \cdot 0{,}8087 c$

1P

$$p = 1{,}5485 \cdot 10^{-30}\ \text{kg} \cdot 2{,}43 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}$$

$$p = 3{,}76 \cdot 10^{-22}\ \text{kg}\frac{m}{s}$$

4. Fotoeffekt 12 P (5 + 4 + 3)

4.1 Buch S. 47 (Zeilen 3 – 12, 15 und 16) und S. 48 (Zeilen 3 –5 und 8 –10)

4.2 Energiesatz der Optik: $\boxed{\frac{1}{2} m_e v^2 = hf - W_A}$

$\frac{1}{2} m_e v^2$: kinetische Energie des ausgetretenen Elektrons

hf = E: Energie des Photons

$W_A = hf_G$, W_A: Austrittsarbeit = Energieportion, die notwendig ist, damit ein Elektron aus dem Festkörper austreten kann.
f_G: die Grenzfrequenz als materialabhängige Größe

Ein Photon überträgt seine gesamte Energie auf ein Elektron. Ein Teil dieser Energie wird in Austrittsarbeit für das Elektron umgesetzt. Den Rest behält das Elektron als kinetische Energie. Die kinetische Energie des herausgelösten Elektrons ist dadurch etwas geringer als die Energie des einfallenden Lichtquants.

4.3 Austrittsarbeit : $W_A = 4{,}4$ eV
Wellenlängen des sichtbaren Lichtes: $\lambda = 400$ nm – 750 nm

---

Das Lichtquant muss eine Energie besitzen, die mindestens zur Verrichtung der Austrittsarbeit ausreicht. Die Energie des Photons E = hf ist um so größer, je größer die Frequenz, bzw. je kleiner die Wellenlänge des Lichtes ist, also für violettes Licht größer als für rotes.

Energie des Photons, das zu violettem Licht der Wellenlänge 400 nm gehört:

$E = hf = hc/\lambda_v$

$$\underline{\underline{E}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 3 \cdot 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{400 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}} = 4{,}97 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} = \frac{4{,}97 \cdot 10^{-19}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}}\,\mathrm{eV} = \underline{\underline{3{,}1\,\mathrm{eV}}}$$

Energie des Photons E = 3,1 eV < Austrittsarbeit $W_A = 4{,}4$ eV

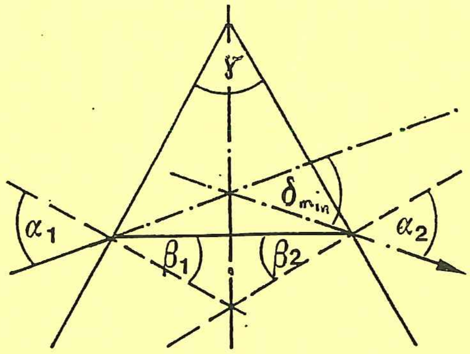
⇒ Sichtbares Licht kann keine Elektronen aus Kupfer herauslösen.

5. Radioaktivität 10 P (5 + 2 + 1 +2)

5.1 Buch S. 106 (letzter Abschnitt), S.107 (Zeilen 1 –5) und S.108 (Zeilen 6 –9)
5.2 Buch S. 106: Abbildung oben links
5.3 Buch S. 108 (Zeilen 15 und 16)
5.4 Buch S. 107 (Zeilen 5 –13)

6. <u>Praktikum: Prisma</u> 11 P (3 + 6 + 2)

6.1 Prismenwinkel $\gamma = 60\,°$



- Bei einem Prisma ist die Gesamtablenkung δ eines Lichtstrahls minimal, wenn der Eintrittswinkel α_1 und der Austrittswinkel α_2 gleich sind: $\alpha_1 = \alpha_2$, d.h. wenn der Strahl das Prisma symmetrisch durchläuft, bzw. der Strahl im Prisma senkrecht zur Winkelhalbierenden des brechenden Winkels γ verläuft.

6.2 Beim symmetrischen Strahlengang gilt: $\alpha_1 = \alpha_2$ und $\beta_1 = \beta_2$.
Die Gesamtablenkung für diesen Fall ist: $\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma = 2\alpha_1 - \gamma$

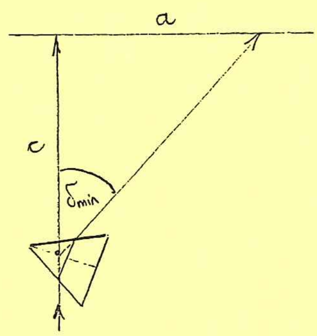
oder $\boxed{\alpha_1 = \dfrac{\delta_{\min} + \gamma}{2}}$ (1)

Da $\beta_1 + \beta_2 = \gamma$ (2) und $\beta_1 = \beta_2$ folgt: $\boxed{\beta_1 = \beta_2 = \dfrac{\gamma}{2}}$ (2)

Das Brechungsgesetz: $\dfrac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n$ nimmt mit (1) und (2) die Form: $n = \dfrac{\sin\left(\dfrac{\delta_{\min} + \gamma}{2}\right)}{\sin \dfrac{\gamma}{2}}$ an.

Der zur Bestimmung der Brechzahl n erforderliche Ablenkungswinkel $\delta_{\min}$ errechnet sich aus:

$$\tan \delta_{\min} = \frac{a}{c} \Leftrightarrow \delta_{\min} = \arctan \frac{a}{c}$$



- Prismenwinkel $\gamma = 60\,°$
Abstand c = 54,8 cm

Farbe	Abstand a (cm)	$\tan \delta_{\min} = \dfrac{a}{c}$	$\delta_{\min}$ (°)	$n = \dfrac{\sin\left(\dfrac{\delta_{\min} + 60°}{2}\right)}{\sin 30°}$
Orange	40,2	0,7336	36,26	1,489
Gelb	40,3	0,7354	36,33	1,490
Grün	40,6	0,7409	36,53	1,492
Blau	41,1	0,7500	36,87	1,496

6.3 Die Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge nennt man Dispersion.
Die Brechzahl nimmt mit zunehmender Wellenlänge ab. ($\lambda_{Orange} > \lambda_{Blau}$ aber $n_{Orange} < n_{Blau}$.)