

Code branche MATH	Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – Session 2012 /2013	
Épreuve écrite	Branche	Division / Section
Durée de l'épreuve 2h30min	Mathématiques	CG
Date de l'épreuve <i>24.5.2013</i>		

Exercice 1 (4+4+7=15 points)

1. Résoudre l'inéquation suivante: $e^{x(x-1)} < e$
2. Résoudre l'équation suivante: $2e^{-4x+2}e^{x+4} = 8$
3. Résoudre l'inéquation suivante: $\ln(x+6) \leq \ln(6x) - \ln(9-x)$

Exercice 2 (1+3+3+2 = 9 points)

On donne la fonction $f : x \mapsto -\ln(8-4x) + 2$.

1. Déterminer son domaine.
2. Déterminer les limites aux bornes du domaine et une équation de l'asymptote à la courbe représentative.
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe représentative avec les axes.
4. Déterminer la fonction dérivée.

Exercice 3 (2+2 = 4 points)

Soit la fonction $f : x \mapsto 2e^{-x}(x-1)$.

1. Vérifier que la fonction $F : x \mapsto -2xe^{-x}$ est une primitive de la fonction f sur \mathbb{R} .
2. Déterminer la primitive G de la fonction f sur \mathbb{R} qui s'annule en $x = -1$

Exercice 4 (2+1+3+1 = 7 points)

Une entreprise fabrique x tonnes de marchandise par mois. Le coût total de production en € pour ces x tonnes est donné par la fonction $C(x) = x \cdot (20x^2 - 450x + 2760)$.

1. Sachant que le prix de vente est de 6000€ par tonne, montrer que le bénéfice mensuel $B(x)$ s'exprime en fonction de x par $B(x) = -20x^3 + 450x^2 + 3240x$.
2. Calculer $B(30)$ et interpréter le résultat.
3. Étudier les variations de la fonction B .
4. En déduire la valeur de x qui procure un bénéfice mensuel maximal et le montant de ce bénéfice maximal.

Exercice 5 ((1+2)+(2+2+1+1) = 9 points)

Lors de la propagation d'une nouvelle épidémie la WHO (World Health Organization) a relevé le nombre de nouvelles infections pour chaque semaine:

semaine (x_i)	1	2	3	4	5	6
nombre de nouvelles infections (y_i)	135	380	2013	10750	29600	98500

1. On pose $z_i = \ln y_i$.
 - (a) Calculer, en arrondissant à 10^{-2} près, pour i variant de 1 à 6, les valeurs z_i associées aux rangs x_i du tableau.
 - (b) Construire le nuage de points $M_i(x_i; z_i)$ dans le repère orthogonal suivant:
1cm par semaine sur l'axe des abscisses;
1cm pour représenter 1 sur l'axe des ordonnées.
2. (a) Déterminer avec la calculatrice une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis à 10^{-2} près) et tracer cette droite dans le repère précédent.
 - (b) Déterminer une relation entre x et y de la forme: $y = k \cdot e^{ax}$ (k et a réels).
 - (c) En supposant que cet ajustement reste fiable à moyen terme, répondre à la question suivante: Combien de nouvelles infections y aurait-il dans la 15e semaine?
 - (d) Ce dernier résultat paraît-il plausible? Justifier.

Exercice 6 (4 points)

Dominique fait du tir à l'arc. Sa probabilité de toucher la cible est de 90%. Calculer au % près la probabilité qu'il touche au moins 13 fois la cible parmi 15 essais.



M

Exercice 7 $((3+2)+3 = 8 \text{ points})$

Lors d'une enquête réalisée auprès d'élèves de classes de 12CG, on apprend que 60% des élèves sont des filles. De plus 30% des garçons et 40% des filles travaillent pendant les vacances d'été.

1. On choisit un élève au hasard.

On note F l'événement: «l'élève choisi est une fille»

et T l'événement: «l'élève choisi travaille pendant l'été».

(a) Calculer $p(\bar{F})$, $p(F \text{ et } T)$, $p(\bar{F} \text{ et } T)$.

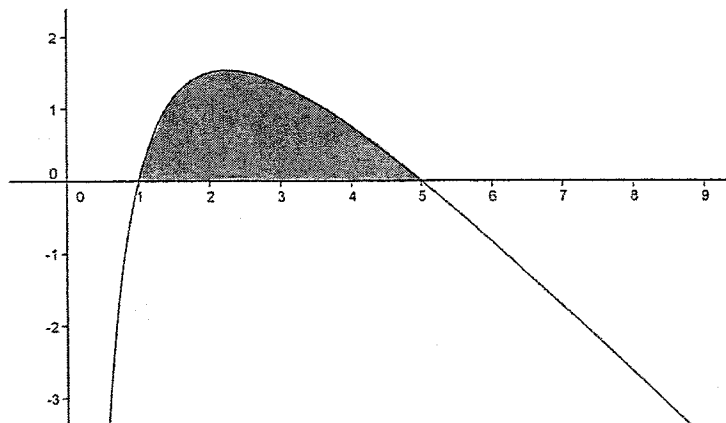
(b) Démontrer que la probabilité que l'élève choisi travaille pendant l'été est de 36%.

2. On rencontre un élève qui ne travaille pas pendant l'été. Quelle est la probabilité que cet élève soit une fille?

Exercice 8 $(2+2 = 4 \text{ points})$

Le graphique ci-dessous donne la courbe représentative de la fonction définie sur \mathbb{R}_+ par

$$f(x) = -x + 6 - \frac{5}{x}.$$



1. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses.

2. Calculer l'aire de la surface colorée.



M