

ÉPREUVE ÉCRITE

Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle

EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Division administrative et commerciale

Section : CG

BRANCHE : MATHÉMATIQUES

SESSION : 2008

DATE : 02.06.2008

DURÉE : 2 h 30 min

I (1 + 3 + 3 + 3 = 10 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1-4x^2}{x^2+4x}$.

- 1) Déterminer le domaine de définition de f .
- 2) Est-ce que la droite d'équation $x = -4$ est une asymptote à la courbe représentative de f ? Justifier !
- 3) Déterminer la fonction dérivée de f .
- 4) Déterminer le(s) point(s) d'intersection de la courbe représentative de f avec les axes du repère.

II (6 + 4 = 10 points)

Résoudre les équations suivantes :

- 1) $2 \ln(3-x) - \ln(2x) = \ln(x+1)$
- 2) $(e^{-x} + 3) \cdot (e^{x-3} - 4) = 0$

III (4 + 6 = 10 points)

1) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{9-6x}{(x^2-3x)^2}$

Déterminer la primitive F de f sur $]-\infty; 0[$ telle que $F(-3) = 1$.

2) Déterminer la valeur exacte de l'intégrale $\int_{-3}^1 \left(\frac{1}{2x-3} - \frac{1}{\sqrt{2x+7}} \right) dx$.

IV (4 points)

Le graphique ci-contre donne la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbf{R} par $f(x) = 3e^{-1+\frac{1}{2}x} - x$. Déterminer l'aire de la surface délimitée par la courbe, les axes du repère et la droite d'équation $x = 4$.



V (4 + 3 = 7 points)

Déterminer le domaine de définition et la fonction dérivée des fonctions suivantes :

- 1) $f(x) = \frac{1-\ln x}{1+\ln x}$ (mettre $f'(x)$ sous forme d'une seule fraction simplifiée)
- 2) $f(x) = x^3 e^{x^2-4x}$ (mettre $f'(x)$ sous forme factorisée)

VI (2 + 6 = 8 points)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la moyenne annuelle du nombre de frontaliers non-résidents au Grand-Duché de Luxembourg. (source : Statec)

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de frontaliers y_i (en milliers)	78,7	87,7	97,6	102,8	106,7	111,8	118,8	126,8

- 1) En admettant qu'un ajustement affine est valable, donner l'équation réduite de la droite des moindres carrés.
- 2) En supposant que la tendance se poursuive, estimer :
 - a) le nombre de frontaliers non-résidents en 2013.
 - b) l'année dans laquelle le nombre de frontaliers non-résidents dépassera pour la première fois deux cent mille.
 - c) l'augmentation (en %) du nombre de frontaliers non-résidents de l'an 2000 à l'an 2010.

VII (2 + 3 = 5 points)

Dans un autobus municipal, il y a dix-neuf passagers.

Cinq passagers n'ont pas de titre de transport valable.

Un agent contrôle sept passagers au hasard.

Déterminez la probabilité que le contrôleur découvre

- a) exactement deux passagers n'ayant pas de titre de transport valable.
- b) au moins un passager n'ayant pas de titre de transport valable.

VIII (3 + 3 = 6 points)

38 % des élèves des classes terminales d'une certaine école sont des filles.

A l'examen, 70 % des filles ont réussi leur examen.

De plus, 55 % des garçons ont échoué à l'examen.

- 1) Déterminer la probabilité qu'un élève choisi au hasard de cette école ait réussi son examen.
- 2) Quelle est la probabilité que, parmi huit filles choisies au hasard de cette école, exactement cinq aient réussi leur examen ?