

Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES

Régime technique – Division technique générale

1^{re} Session 2009 Repêchage

BRANCHE : Mathématiques I

DATE : 15 juin 2009

DUREE : 2h15

Question I (6 + 2 = 8 points)

Démontrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$.

Question II (3 + 4 + 3 = 10 points)

Soit f la fonction définie sur $] -\infty; -3] \cup [2; +\infty[$ par $f(x) = x - \sqrt{x^2 + x - 6}$.

\mathcal{C}_f est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.
- 2) Démontrer que la droite d d'équation $y = 2x + \frac{1}{2}$ est asymptote oblique à \mathcal{C}_f au voisinage de $-\infty$.
- 3) Étudier la dérivabilité de la fonction f en -3 . Que peut-on en déduire graphiquement ?

Question III (3 + (5 + 4) = 12 points)

1) f est une fonction dérivable sur \mathbb{R} et \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

Déterminer la fonction f telle que :

- pour tout x réel, $f(x) + 3f'(x) = 2$;

- \mathcal{C}_f admet au point d'abscisse -3 une tangente de coefficient directeur $\frac{1}{3}$.

2) Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

a) $2 \ln x - \ln(2x + 1) \geq \ln(2 - x) - \frac{1}{2} \ln 9$

b) $\ln \frac{1 + e^x}{1 - e^x} \leq 1$

Question IV (2 + 2 + 2 = 6 points)

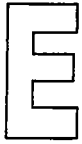
Déterminer la limite de la fonction à l'endroit indiqué :

a) $f(x) = \frac{1}{x^2} (\ln x - x^3)$ en $+\infty$,

b) $f(x) = \frac{x}{1 - e^{-x}}$ en 0 ,

c) $f(x) = \frac{\sin x - 1}{x - \frac{\pi}{2}}$ en $\frac{\pi}{2}$





Ministère de l'Éducation Nationale et de la Formation Professionnelle
EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES
Régime technique – Division technique générale
Session 2009

Question V (2 + 3 + 5 + 3 + 2 = 15 points)

Soit f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = 6 - x - 2 \ln \frac{x}{x-2}$.

\mathcal{C}_f est la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition.
- 2) Montrer que la droite Δ d'équation $y = -x + 6$ est une asymptote oblique à \mathcal{C}_f , puis étudier la position de \mathcal{C}_f par rapport à Δ .
- 3) Dresser le tableau de variation de f .
- 4) Tracer \mathcal{C}_f dans un repère orthonormal d'unité 2 cm.
- 5) Déterminer une équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 4.

Question VI (9 points)

Quelle est le nombre de solution de l'équation $ex + e^{-x} = 5$? Donner un encadrement de chaque solution à 10^{-1} près.

