Code branche	Ministère de l'Education nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES **Régime technique - Session 2015/2016**	
MATHE I		
Épreuve écrite	*Branche*	*Division / Section*
Durée épreuve 3h	**Mathématiques 1**	**GE / GI**
Date épreuve 15.9.2016		

Exercice 1 *(4+4=8 points)*

1) Démontrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$.

2) Démontrer que pour tout entier $p \geq 1$ et tous réels $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, ... , $a_p > 0$,

$$\ln(a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots\ldots \cdot a_p) = \ln(a_1) + \ln(a_2) + \ldots\ldots + \ln(a_p).$$

Exercice 2 *(2+2+2+2+5+2=15 points)*

Soit f la fonction définie sur IR-{ln2} par $f(x) = x - 1 + \dfrac{e^x}{e^x - 2}$.

C_f est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1) Etudier la limite de f en ln2 et interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Montrer que pour tout x∈ IR-{ln2}: $f(x) = x + \dfrac{2}{e^x - 2}$.

   b) En déduire que C_f admet une asymptote oblique Δ en $+\infty$ et en écrire une équation.

3) Étudier la position relative de C_f par rapport à Δ.

4) Montrer que la fonction dérivée de f sur IR-{ln2} est donnée par $f'(x) = \dfrac{e^{2x} - 6e^x + 4}{\left(e^x - 2\right)^2}$.

5) En déduire le tableau de variations de f.

6) Déterminer, sur l'intervalle $I = \left]\ln 2\,;+\infty\right[$, la primitive F de f telle que $F(1) = -\dfrac{1}{2}$.

Exercice 3 *(2+3+3+2=10 points)*

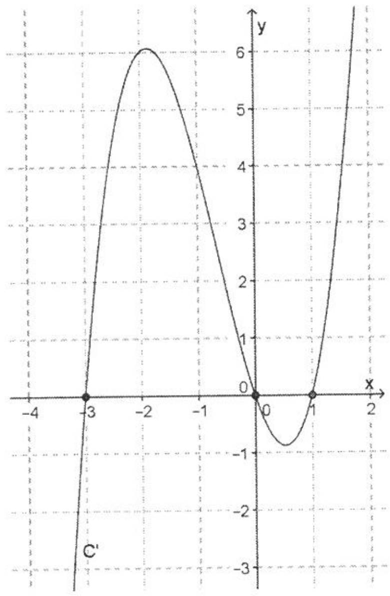
Soit f la fonction définie par $f(x)=\ln\left(\dfrac{3}{x}+2\right)$.

C_f est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1) Déterminer le domaine de définition de f.
2) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition et interpréter graphiquement les résultats.
3) Dresser le tableau de variations de f. (donner des valeurs approchées des extrémums)
4) Construire dans un repère orthonormé (unité : 1 cm) la courbe C_f ainsi que les asymptotes horizontales et/ou verticales éventuelles.

Exercice 4 *(6+2+2=10 points)*

Voici la représentation graphique C' de la *fonction dérivée f'* d'une fonction f.



1) Répondre par vrai ou faux, puis justifier la réponse.
   a) f admet un extrémum en $x=1$.
   b) C_f admet exactement deux tangentes horizontales.
   c) $f(-1)<f(-0{,}5)$.
   d) f admet un maximum dans l'intervalle $[-2;-1]$.
2) Donner, dans un repère orthonormé (unité : 1 cm), une allure possible de la courbe C_f de f.
3) Sachant que f' peut s'écrire sous la forme $f'(x)=ax^3+bx^2-3x$ où $a\in IR^*$ et $b\in IR$, déterminer les valeurs de a et de b.

Exercice 5 *(4 points)*

Résoudre dans IR l'inéquation suivante : $\ln 2 + \ln(2x+3) \leq 2\ln(x-3)$.

Exercice 6 *(1+5=6 points)*

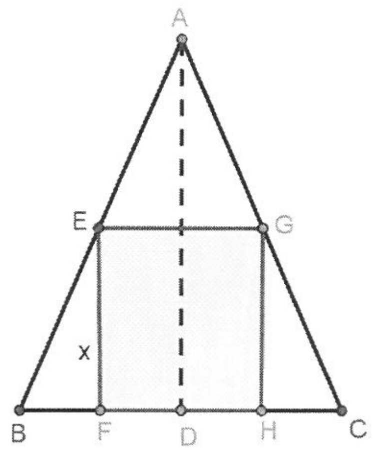
Calculer les intégrales suivantes :

1) $I = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{3x}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$

2) $J = \int_{-1}^{2} e^{3t} \cdot (t-3)^2\,dt$

Exercice 7 *(4+3=7 points)*

Soit un triangle ABC isocèle en A tel que $AB = 5m$ et $BC = 4m$. On inscrit dans ce triangle un rectangle $FHGE$. $EF = x$ (en m) est une des dimensions du rectangle (voir figure) avec $0 < x < \sqrt{21}$.



1) Montrer que l'aire (en m^2) du rectangle est définie par $\mathcal{A}(x) = 4x \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{21}}{21} \cdot x\right)$.

2) Quelles doivent être les dimensions de ce rectangle pour que son aire soit maximale ? Donner des arrondis au centimètre près.