Code branche **MATHE II**	Ministère de l'Education nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique - **Session 2014/2015**	
Épreuve **Ecrite**	*Branche*	*Division/Section*
Durée de l'épreuve: **2h**	**MATHEMATIQUES II**	**GI**
Date de l'épreuve:		

I. Probabilités et combinatoire

((2+6+3)+3 = 14 points)

1) Monsieur DELAPOUZE voudrait donner son nom à une nouvelle variété de citrouille *(« Kürbis »)*. Pour des raisons commerciales, ce nom doit comporter quatre lettres. On convient donc de former un nouveau nom en utilisant une partie des lettres du nom DELAPOUZE.
   (a) Combien peut-on former de noms sans répétition de lettres ?
   (b) Combien peut-on former de noms différents ?
   (c) Combien peut-on former de noms dont les lettres sont dans le même ordre que dans le nom DELAPOUZE ?
2) Démontrer que pour tout naturel n, $C_{2n}^{n} = 2 \cdot C_{2n-1}^{n-1}$

II. Matrices

(4+(7+1)+(5+3) = 20 points)

1) Démontrer le théorème suivant :
   « Soit A une matrice carrée inversible d'ordre d. Soient M et N des matrices carrées de même ordre. Soit 0 *la matrice nulle d'ordre d.*
   (a) *Si* $AM = 0$*, alors* $M = 0$.
   (b) *Si* $AM = AN$*, alors* $M = N$. *»*
2) On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$.
   (a) Démontrer par récurrence que, pout tout naturel $n \geqslant 1$, $A^n = \begin{pmatrix} 0 & 2^n & -2^n \\ 1 & 1-2^n & 2^n \\ 1 & 1-2^{n+1} & 2^{n+1} \end{pmatrix}$.
   (b) Déterminer A^7.
3) On considère la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.
   (a) Calculer $B^3 - B$.
   (b) En déduire que B est inversible puis donner l'écriture de son inverse B^{-1}.

III. Géométrie dans l'espace

((2+4+4)+((2+5)+(2+2+5)) = 26 points)

1) Dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, on donne les trois points $A(1;2;3)$, $B(0;1;4)$ et $C(-1;-3;2)$.

   (a) Démontrer que A, B et C définissent un plan.

   (b) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

   (c) Calculer une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au dixième de degré près.

2) Dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, on considère les points $K(-\frac{3}{2};1;-2)$, $L(1;1;\frac{3}{2})$ et $M(2;1;1)$.

   (a) Soit $\mathscr{P}_1$ le plan d'équation cartésienne : $x-y+2z-3=0$.

      i. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d passant par K et perpendiculaire à $\mathscr{P}_1$.

      ii. Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de cette droite d et du plan $\mathscr{P}_1$. En déduire la distance du point K au plan $\mathscr{P}_1$.

   (b) Soit $\mathscr{P}_2$ le plan passant par K et perpendiculaire à la droite (LM).

      i. Déterminer une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}_2$.

      ii. Vérifier que les plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont perpendiculaires.

      iii. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ intersection des plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$.