

Code branche <b>MATH</b>	Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enfance et de la Jeunesse <b>EXAMEN DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES TECHNIQUES</b> Régime technique – Session 2014	
Épreuve écrite	Branche	Division / Section
Durée de l'épreuve 2h30	<b>Mathématiques</b>	CG
Date de l'épreuve		

**Exercice 1 :** (4 points)

Un aquarium contient des poissons exotiques de couleurs différentes. Il contient 3 poissons jaunes, 5 poissons bleus et 7 poissons rouges. On attrape au hasard 3 poissons avec un filet. Calculez la probabilité que parmi ces trois poissons:

- tous les poissons sont rouges
- au moins un poisson est jaune
- les trois poissons ont des couleurs différentes.

**Exercice 2 :** (4 points)

Le taux de réussite en 13<sup>e</sup> est de 82%. Calculez la probabilité que:

- tous les élèves d'une classe de 19 élèves passent leur examen
- exactement 20 élèves d'une classe de 24 élèves réussissent leur année
- au moins 19 élèves d'une classe de 21 élèves passent l'examen.

**Exercice 3 :** (2+1+1+2 = 6 points)

Les résultats d'une enquête concernant les véhicules au Luxembourg ont montré que :

- 92% des véhicules contrôlés ont des freins en bon état
  - parmi les véhicules ayant des freins en bon état, 94% ont aussi un éclairage en bon état
  - parmi les véhicules ayant des freins défectueux, 85% ont un éclairage en bon état
- Construisez un arbre qui illustre cette situation.
  - Calculez la probabilité qu'un véhicule contrôlé a aucun défaut.
  - Calculez la probabilité qu'un véhicule contrôlé a un éclairage en bon état.
  - Calculez la probabilité qu'un véhicule contrôlé a des freins défectueux si on sait que son éclairage est défectueux.

**Exercice 4 :** (1+1+4+2 = 8 points)

Une petite firme produit des outils industriels. La capacité maximale de production est de 140 outils par mois. Le coût de production (en €) pour  $x$  outils est donné par  $C(x) = \frac{x^3}{20} - \frac{21}{4}x^2 + 300x$ . Tous les outils produits sont vendus au prix de 420€ par outil.

- Donnez l'expression de la recette mensuelle  $R(x)$  en fonction du nombre d'outils  $x$ .
- Vérifiez que le bénéfice pour  $x$  outils est donné par :  $B(x) = \frac{-x^3+105x^2+2400x}{20}$ .
- Calculez  $B'(x)$  et déduisez-en les variations du bénéfice  $B(x)$  sur  $[0 ; 140]$ .
- Trouvez le nombre d'outils que la firme doit produire et vendre par mois pour obtenir un bénéfice maximal et déterminez le bénéfice correspondant.

---

**Exercice 5 :** (4 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'équation suivante:

$$(e^{4x} \cdot e^{3-5x} - e) \cdot \left( \frac{e^{2x}}{e^{1-x}} - 2 \right) = 0$$

---

**Exercice 6 :** (6 points)

Déterminez l'ensemble de définition et résolvez l'inéquation suivante :

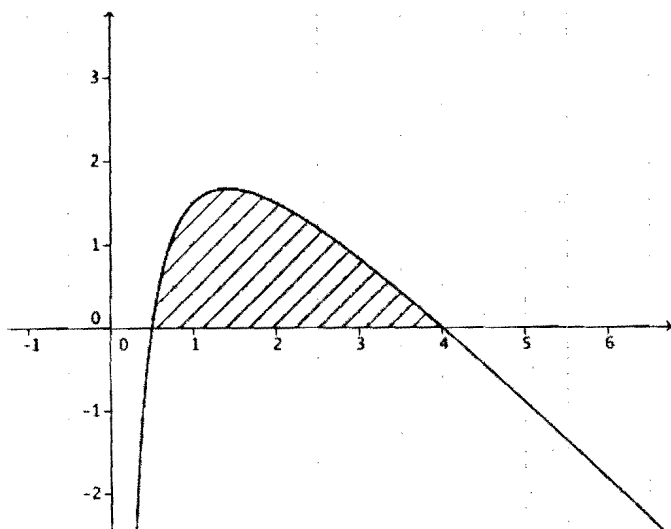
$$\ln(x^2 + 1) \geq 2\ln(2x - 4) - \ln(2)$$

---

**Exercice 7 :** (2+0,5+2,5 = 5 points)

La courbe ci-dessous représente la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{-2x^2+9x-4}{2x}$ .

- Déterminez par le calcul les points d'intersection de la courbe  $C_f$  avec l'axe des  $x$ .
- Vérifiez que  $f(x) = \frac{9}{2} - \frac{2}{x} - x$ .
- Calculez l'aire de la surface hachurée.



**Exercice 8:** (11 points)

Faites l'étude complète de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -1 - \frac{4}{5} \ln(2x + 5)$ .

(Ensemble de définition, limites et asymptotes éventuelles, intersections avec les axes, dérivée, tableau de variation et représentation graphique)

---

**Exercice 9:** (8+4=12 points)

Le tableau suivant donne la consommation annuelle moyenne des ménages sur les dernières années :

Année	2004	2006	2007	2008	2010
Rang de l'année ( $x$ )	1	3	4	5	7
Consommation en milliers d'euros ( $y$ )	7,1	8,8	13	17,6	25,1

A) Ajustement affine

- Représentez le nuage de points associé à la série statistique dans un repère orthogonal du plan. (les unités seront de 2cm comme unité sur l'axe des abscisses et de 1cm pour 2000€ sur l'axe des ordonnées)
- Déterminez les coordonnées du point moyen  $G$  de ce nuage et placez le dans le repère précédent.
- Vérifiez si un ajustement affine est valable. Donnez une équation de la droite de régression  $d$  de  $y$  en  $x$  et représentez la droite  $d$  dans le repère précédent.
- Estimez, à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation annuelle moyenne des ménages en 2011.
- En réalité, on a trouvé que la consommation réelle en 2011 a été de 35000 €. Déterminez, en %, l'erreur commise par l'estimation précédente par rapport à la valeur exacte.

B) Ajustement non affine

La forme du nuage suggère un nouvel ajustement de type exponentiel,  $y = A \cdot e^{Bx}$  où  $A$  et  $B$  sont des nombres réels. On pose pour cela  $z = \ln(y)$ .

- Recopiez et complétez le tableau suivant. (donnez les valeurs de  $z$  à 0,01 près)

$x$	1	3	4	5	7	8
$y$	7,1	8,8	13	17,6	25,1	35
$z = \ln(y)$						

- Déterminez la droite de régression de  $z$  en  $x$ . (donnez les coefficients à 0,01 près)
- En utilisant le résultat précédent, déterminez un ajustement de  $y$  en  $x$  de la forme  $y = A \cdot e^{Bx}$  où  $A$  et  $B$  sont des réels arrondis à 0.01 près.
- Estimez alors, à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation annuelle moyenne des ménages en 2011.