Code branche	Ministère de l'Education nationale et de la Formation professionnelle EXAMEN DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES TECHNIQUES Régime technique – Division technique générale **Section informatique - Session 2012/2013**	
MATHE II		
Épreuve **écrite**	Branche	Division / Section
Durée épreuve **2h**	**Mathématiques II**	**GI**
Date épreuve 6.6.2013		

I. Probabilités et combinatoire

((1+7)+[(1+2+2)+(6+1)] = 20 points)

1) Dans une classe, on souhaite élire un comité. On suppose que chaque élève de la classe peut être élu.
   (a) Combien de comités de 3 personnes peut-on élire dans une classe de 24 élèves ?
   (b) Dans une classe, il y a 351 façons d'élire un comité de 2 personnes. Quel est le nombre n d'élèves de cette classe ?
2) Dans une boîte, on a rangé neuf cartes postales indiscernables au toucher. Cinq de ces cartes proviennent de France, une provient d'Australie et trois des États-Unis. On tire simultanément et au hasard trois cartes de la boîte.
   (a) Déterminer la probabilité des événements suivants :
   (Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.)
   A : « on n'a tiré aucune carte de France »
   B : « on a tiré une carte de chaque pays »
   C : « on a tiré au moins une carte de France »
   (b) Soit X la variable aléatoire comptant, pour chaque tirage de trois cartes, le nombre de cartes de France obtenues.
      i. Déterminer la loi de probabilité de X.
      (Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles et les résultats seront rassemblés dans un tableau.)
      ii. Calculer l'espérance de X.

II. Matrices

(7+(4+6+1) = 18 points)

1) Démontrer le théorème suivant :
   « *Soit* $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ *une matrice carrée d'ordre 2.*
   Si $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$, *alors A admet une matrice inverse* $A^{-1} = \dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$. »

2) On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) Calculer A^2 et A^3.

(b) Démontrer par récurrence que, pout tout naturel $n \geqslant 1$, $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 0 & 0 \\ 0 & 3^n & 2^n - 3^n \\ 0 & 0 & 2^n \end{pmatrix}$.

(c) Déterminer A^8.

III. Géométrie dans l'espace *([(2+5+2)+6] +(3+4)= 22 points)*

1) Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les plans $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$ et $\mathscr{P}_3$ ont respectivement pour équations : $\mathscr{P}_1 : x - 2y + z - 4 = 0$, $\mathscr{P}_2 : 3x + 5y + 7z - 1 = 0$ et $\mathscr{P}_3 : y + z + 3 = 0$.

(a) i. Démontrer que $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont perpendiculaires.

ii. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ, intersection des plans $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$.

iii. Déterminer les coordonnées du point I, intersection de la droite Δ avec le plan $\mathscr{P}_3$.

(b) Retrouver par un calcul direct l'intersection des trois plans $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$ et $\mathscr{P}_3$.

2) L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On donne les points $A(3;1;-5)$, $B(5;2;-7)$ et $C(\alpha;3;-3)$.

(a) Comment choisir α pour que ABC soit un triangle rectangle en A ?

(b) Calculer alors la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.